

Pràctiques de Regulació Automàtica

Aula informàtica

Josep Vehí, Carles Pous, Inès Ferrer

September 26, 2000

Index

1	Introducció al Matlab/Simulink. Modelat de sistemes dinàmics.	1
1.1	Objectius	1
1.2	Gràfica de la resposta temporal	1
1.3	Generació d'un fitxer.m (<i>script</i>)	1
1.4	Operació polinòmica	2
1.5	Modelització de sistemes dinàmics amb Matlab	2
1.6	Modelització de sistemes dinàmics amb Simulink	2
1.7	Modelització d'un pèndul invertit	3
2	Anàlisi de sistemes de control amb Matlab/Simulink	5
2.1	Objectius	5
2.2	Anàlisi de sistemes de control amb Matlab	5
2.2.1	Resposta transitòria en el domini temporal	5
2.2.2	Resposta transitòria en el domini freqüencial	7
2.2.3	Pols i zeros	7
2.3	Treballs a realitzar	7
2.3.1	Descripció del sistema	7
2.3.2	Especificacions en domini temporal	8
2.3.3	Resposta transitòria en domini temporal	8
2.3.4	Simplificació del sistema	8
2.3.5	Estabilitat i errors estacionaris	9
2.3.6	Sistema de control pertorbat	9
3	Disseny de sistemes de control mitjançant el mètode del lloc de les arrels	11
3.1	Objectius	11
3.2	Funcions de Matlab relacionades amb el lloc de les arrels	11
3.3	Relació entre el lloc de les arrels i la resposta temporal	13
3.4	Treballs a realitzar	13
3.4.1	Control de l'angle d'inclinació d'un avió	13
3.4.2	Disseny d'un controlador PD	14
3.4.3	Disseny d'un controlador d'avanç-retard	14
4	Disseny de sistemes de control mitjançant el mètode del diagrama de Bode	17
4.1	Objectius	17
4.2	Funcions de Matlab relacionades amb el diagrama de Bode	17

4.3	Descripció del sistema	18
4.4	Treballs a realitzar	19
4.4.1	Estudi de les característiques d'un motor de C.C.	19
4.4.2	Eliminació de l'error estacionari provocat per la pertorbació $D(s)$ de tipus graó	19
4.4.3	Disseny d'un controlador PI	19
4.4.4	Disseny d'un controlador d'avanç	20
4.4.5	Determinació del guany del controlador	20
4.4.6	Resposta del sistema pertorbat	21
4.4.7	Reajustament dels paràmetres del sistema de control	21

1. INTRODUCCIÓ AL MATLAB/SIMULINK. MODELAT DE SISTEMES DINÀMICS.

1.1 Objectius

1. Familiaritzar-se amb el Matlab/Simulink.
2. Utilitzar les eines que proporciona el Matlab/Simulink per fer operacions algebraïques i polinòmiques i modelitzar els processos lineals i no lineals.

1.2 Gràfica de la resposta temporal

Donada l'expressió següent:

$$y(t) = e^{-0.5t} \sin \omega t \quad \text{on: } 0 \leq t \leq 10$$

Genereu el vector t en increments de 0.1 a través de l'operador *dos punts* i grafiqueu la resposta $y \sim t$ per $\omega = 1$ i $\omega = 10$ utilitzant la funció *subplot*.

1.3 Generació d'un fitxer.m (*script*)

Donada l'expressió següent:

$$y(t) = 10 + 5e^{-t} \cos(\omega t + 0.5) \quad \text{on: } 0 \leq t \leq 10$$

Desenvolpeu un fitxer de *script* que dibuixi la resposta temporal de $y \sim t$ en una mateixa gràfica pels valors de $\omega = 1, 3, 10$ (rad/s), de dues maneres diferents, incloent en la gràfica el següent:

Títol:	$y(t) = 10 + 5 \exp(-t) * \cos(\omega t + 0.5)$
Etiqueta de l'eix t :	Temps (s)
Etiqueta de l'eix y :	$y(t)$ (rad/s)
Reixeta	
Text:	$\omega = 1, \omega = 3, \omega = 10$ (en un lloc aprop de la traça corresponent)

1.4 Operació polinòmica

Donats els polinomis següents:

$$P_1(s) = s^3 + 2s^2 + 10 \quad P_2(s) = s + 1$$

1. Obteniu els polinomis $A(s)$ i $B(s)$ tals que:

$$A(s) = P_1(s) P_2(s) \quad B(s) = P_1(s) + P_2(s)$$

2. Calculeu $A(1)$ i $B(0)$.
3. Trobeu els valors de s que fan $A(s) = 0$.

1.5 Modelització de sistemes dinàmics amb Matlab

Considereu el sistema de la Figura 1-1 amb:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 1.5s + 1} \quad G_{c1}(s) = 10 \quad G_{c2}(s) = \frac{10}{s}$$

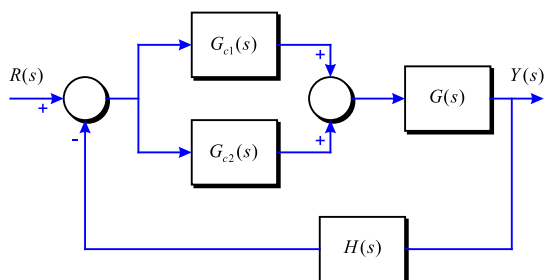


Figura 1-1

Calculeu la funció de transferència $\frac{Y(s)}{R(s)}$ per a $H(s) = 1$ i per a $H(s) = \frac{s+1}{s+2}$, utilitzant les funcions *series*, *paralell*, *loop* i *feedback*.

1.6 Modelització de sistemes dinàmics amb Simulink

Consideru el sistema de la Figura 1-1 amb $H(s) = 1$. Desenvolpeu un programa amb Simulink per a una entrada $r(t)$ de graó unitari i visualitzeu la resposta $y(t) \sim t$ per $0 \leq t \leq 10$ (temps de simulació).

1.7 Modelització d'un pèndul invertit

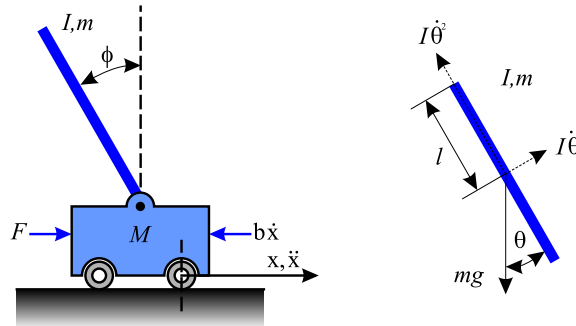


Figura 1-2

La dinàmica del pèndul invertit de la Figura 1-2 es descriu per les següents equacions diferencials no lineals:

$$\begin{aligned}(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta &= F \\ (I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta &= -ml\ddot{x}\cos\theta\end{aligned}$$

essent:

Massa del carro:	$M = 0.5 \text{ Kg}$
Massa del pèndul:	$m = 0.2 \text{ Kg}$
Fricció del carro:	$b = 0.1 \text{ N/m/s}$
Longitud del centre de masses del pèndul:	$l = 0.3 \text{ m}$
Inèrcia del pèndul:	$I = 0.006 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
Força aplicada al carro:	F
Coordenada de posició del carro:	x
Angle del pèndul respecte a la vertical:	θ

1. Construïu un esquema de Simulink que representi les equacions dinàmiques del sistema del pèndul invertit essent la sortida del sistema l'angle θ i l'entrada del sistema la força F .
2. Feu la linealització de les equacions dinàmiques, suposant que $\theta = \pi + \phi$, és a dir que ϕ representa un angle petit respecte a la posició vertical cap amunt i el punt de treball és $\theta^* = \pi$ o sigui $\phi = 0$. Així es poden fer les següents aproximacions: $\cos\theta \simeq -1$, $\sin\theta = -\phi$ i $\dot{\theta}^2 \simeq 0$. Obteniu la funció de transferència entre F i ϕ .

2. ANÀLISI DE SISTEMES DE CONTROL AMB MATLAB/SIMULINK

2.1 Objectius

1. Familiaritzar-se amb el Matlab/Simulink.
2. Utilitzar les eines que proporciona el Matlab/Simulink per analitzar els sistemes lineals en llaç obert i realimentats.

2.2 Anàlisi de sistemes de control amb Matlab

Considereu un sistema de control amb una funció de transferència i una equació d'estat com la següent:

$$G(s) = \frac{num(s)}{den(s)} \iff \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t) \end{cases}$$

2.2.1 Resposta transitòria en el domini temporal

- **step**

Obtenir la resposta temporal del sistema a un graó unitari.

```
>> step(num,den)
>> step(A,B,C,D)
```

```
>> [y,x,t] = step(num,den);
>> [y,x,t] = step(A,B,C,D);
>> plot(t,y)
```

```
>> t = ti : δt : tf;
>> [y,x,t] = step(num,den,t);
>> [y,x,t] = step(A,B,C,D,iu,t);
>> plot(t,y)
```

- **impulse**

Obtenir la resposta temporal del sistema a un impuls.

```
>> impulse(num,den)
>> impulse(A,B,C,D)
```

```
>> [y,x,t] = impulse(num,den);
>> [y,x,t] = impulse(A,B,C,D);
>> plot(t,y)
```

```
>> t = t_i : dt : t_f;
>> [y,x,t] = impulse(num,den,t);
>> [y,x,t] = impulse(A,B,C,D,iu,t);
>> plot(t,y)
```

- **lsim**

Obtenir la resposta temporal del sistema a una entrada donada $u(t)$.

```
>> t = t_i : dt : t_f;
>> u = u(t);
>> [y,x] = lsim(num,den,u,t);
>> [y,x] = lsim(A,B,C,D,u,t);
>> plot(t,y)
```

- **stepfun**

Crear un graó unitari que tingui una funció temporal tal com:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } t \geq t_0 \\ 0 & \text{per } t < t_0 \end{cases}$$

```
>> t = t_i : dt : t_f;
>> u = stepfun(t,t_0);
```

Amb l'ús conjunt de *stepfun* i *lsim*, es pot obtenir la resposta temporal del sistema a un graó unitari amb qualsevol temps d'inici.

- **dcgain**

Calcular el guany k del sistema en el règim estable.

```
>> k = dcgain(num,den)
>> k = dcgain(A,B,C,D)
```

2.2.2 Resposta transitòria en el domini freqüencial

- **bode**

Obtenir el diagrama de Bode.

```
>> bode(num, den)
>> bode(A, B, C, D)
>> [mag, phase, w] = bode(num, den);
>> [mag, phase, w] = bode(A, B, C, D);
```

```
>> w = logspace(N_min, N_max, punts);
>> bode(num, den, w)
>> bode(A, B, C, D, iu, w);
>> [mag, phase, w] = bode(num, den, w);
>> [mag, phase, w] = bode(A, B, C, D, iu, w);
```

```
>> w = freqint(num, den, punts);
>> bode(num, den, w)
>> [mag, phase, w] = bode(num, den, w);
```

```
>> w = freqint(A, B, C, D, iu, punts);
>> bode(A, B, C, D, iu, w);
>> [mag, phase, w] = bode(A, B, C, D, iu, w);
```

2.2.3 Pols i zeros

- **pzmap**

Obtenir la localització dels pols i zeros gràficament i els seus valors corresponents.

```
>> pzmap(num, den)
>> pzmap(A, B, C, D)
>> [p, z] = pzmap(num, den);
>> [p, z] = pzmap(A, B, C, D);
```

2.3 Treballs a realitzar

2.3.1 Descripció del sistema

El sistema és el de la Figura 2-1 on $G(s)$ i $C(s)$ representen les funcions de transferència del procés i del controlador. $R(s)$, $Y(s)$ i $D(s)$ són consigna, sortida i pertorbació externa, respectivament.

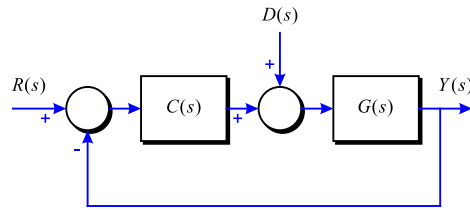


Figura 2-1

2.3.2 Especificacions en domini temporal

Considereu el sistema de control de la Figura 2-1 amb:

$$C(s) = k \quad G(s) = \frac{b}{s(s+a)}$$

1. Creeu un "fitxer.m" de tipus *script* per tal d'obtenir les funcions de transferència $M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ i $G_d(s) = \frac{Y(s)}{D(s)}$ amb k , a i b com a variables d'entrada.
2. Pel sistema sense pertorbació ($D(s) = 0$), creeu un "fitxer.m" de tipus *function*, amb k , a i b com a variables d'entrada, que calculi el sobrepic M_p , el temps de pic t_p , el temps de pujada t_r (del 10% al 90%) i el temps d'establiment del sistema en una banda del 2% $t_{s\pm 2\%}$ a una consigna graó unitari.

2.3.3 Resposta transitòria en domini temporal

Pel sistema de l'apartat 2.3.2 sense pertorbació ($D(s) = 0$), on $a = 2$ i $b = 1$,

1. Creeu un "fitxer.m" de tipus *script* que generi 4 figures en una mateixa pàgina mitjançant la funció *subplot* i obteniu la resposta del sistema per a les consignes: impuls, graó unitari, rampa i parabola per $0 \leq t \leq 10$. Representeu les respostes de $y \sim t$ per $k = 0.1, 1, 10$ i poseu títol, etiqueta i text a cada figura.

2.3.4 Simplificació del sistema

Considereu un sistema amb funció de transferència:

$$G_o(s) = \frac{1}{(s+20)(s^2+0.5s+1)}$$

1. Representeu gràficament la localització dels pols i zeros de $G_o(s)$ i determineu si existeix la dominació d'uns pols respecte als altres. Valoreu la possibilitat de reduir l'ordre del sistema i obteniu la funció de transferència d'ordre reduït $G_r(s)$. Representeu en

una figura les respostes temporals dels sistemes original $G_o(s)$ i reduït $G_r(s)$ a un grau unitari i compareu els resultats.

2. Representeu en una figura els diagrames de Bode dels sistemes original $G_o(s)$ i reduït $G_r(s)$ pel rang de freqüència $[10^{-2}, 10^2]$ i indiqueu en quin rang de freqüència és vàlida la simplificació del sistema.

2.3.5 Estabilitat i errors estacionaris

Considereu el sistema de control de la Figura 2-1 sense pertorbació ($D(s) = 0$) amb:

$$C(s) = \frac{k}{s} \quad G(s) = \frac{1}{(s+20)(s^2+0.5s+1)}$$

1. Creeu un programa iteratiu de tipus *script*, amb el guany k del controlador com a variable, per comprovar l'estabilitat del sistema en llaç tancat mitjançant el criteri de Rouht-Hurwitz i determineu el límit k_{\lim} a partir del qual el sistema realimentat resulta inestable.
2. Amb tres guanys diferents k que generin respostes temporals estables, calculeu els errors de posició, velocitat i acceleració, determineu el tipus del sistema i comenteu la influència de k als errors estacionaris.

2.3.6 Sistema de control pertorbat

Considereu el sistema de control de la Figura 2-1 amb:

$$G(s) = \frac{1}{(s+20)(s^2+0.5s+1)}$$

1. Quan s'utilitza un controlador P amb $C(s) = 10$, obteniu amb Matlab la resposta del sistema $y \sim t$ a una consigna grau unitari amb temps d'inici $t_0 = 1$ s. i a una pertorbació grau unitari amb temps d'inici $t_0 = 5$ s. S'estabilitza la resposta del sistema a $y = 1$? Doneu explicacions sobre els resultats obtinguts utilitzant el teorema del valor final.
2. Repetiu els treballs anteriors y creeu un programa amb Simulink per comprobar el resultat que s'obté quan s'utilitza un controlador PI amb $C(s) = 10 + \frac{5}{s}$.

3. DISSENY DE SISTEMES DE CONTROL MITJANÇANT EL MÈTODE DEL LLOC DE LES ARRELS

3.1 Objectius

1. Familiaritzar-se amb el Matlab/Simulink.
2. Utilitzar les eines que proporciona el Matlab/Simulink per dissenyar diferents tipus de controladors mitjançant la tècnica del lloc de les arrels.

3.2 Funcions de Matlab relacionades amb el lloc de les arrels

- **rlocus**

Obtenir el lloc geomètric de les arrels i els valors corresponents del sistema enllaç tancat.

1. Per sistemes de control amb la següent equació característica i amb el paràmetre k com a variable de guany per determinar.

$$H(s) = 1 + k \frac{\text{num}(s)}{\text{den}(s)} = 0$$

```
>> rlocus(num,den)
>> [r,k] = rlocus(num,den)
>> r = rlocus(num,den,k)
```

2. Per sistemes de control amb la següent equació d'estat i amb el paràmetre k com a variable de guany per determinar.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \\ u(t) = -ky(t) \end{cases}$$

```
>> rlocus(A,B,C,D)
>> [r,k] = rlocus(A,B,C,D)
>> r = rlocus(A,B,C,D,k)
```

- **rlocfind**

Obtenir els valors de guany i de pols sobre el punto escollit en el lloc de les arrels mitjançant el cursor dirigit per la rata.

1. Per sistemes de control amb la següent equació característica i amb el paràmetre k com a variable de guany per determinar.

$$H(s) = 1 + k \frac{\text{num}(s)}{\text{den}(s)} = 0$$

```
>> rlocfind(num,den)
>> [k,pols] = rlocfind(num,den)
>> k = rlocfind(num,den,pol)
```

2. Per sistemes de control amb la següent equació d'estat i amb el paràmetre k com a variable de guany per determinar.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \\ u(t) = -ky(t) \end{cases}$$

```
>> rlocfind(A,B,C,D)
>> [r,pols] = rlocfind(A,B,C,D)
>> k = rlocfind(A,B,C,D,pol)
```

- **zoom**

Visualitzar els detalls d'una gràfica.

```
>> zoom on
>> zoom off
>> zoom out
```

- **sgrid**

Generar una reixeta en el pla complex.

```
>> sgrid
>> sgrid(z,w)
```

- **axis**

Ajustar les escales dels eixos X i Y.

```
>> axis([xmin xmax ymin ymax])
>> axis('equal')
```

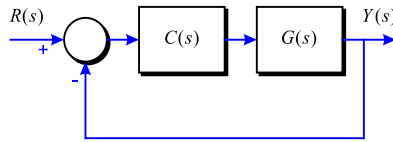



Figura 3-1

3.3 Relació entre el lloc de les arrels i la resposta temporal

Considereu el sistema de control realimentat de la Figura 3-1 on $G(s)$ i $C(s)$ representen les funcions de transferència del procés i del controlador. $R(s)$ i $Y(s)$ són consigna i sortida, respectivament.

El lloc de les arrels mostra la revolució dels pols i zeros del sistema controlat en el pla s en funció del paràmetre k (per determinar) del sistema enllaç obert. A partir de les especificacions de desenvolupament (sobrepic, temps de pic, temps de pujada, temps d'establiment, etc.) es pot determinar el paràmetre k que es relaciona amb els pols dominants $s = -\zeta\omega_n \pm j\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n$ del sistema realimentat mitjançant el lloc de les arrels, essent ζ el factor d'esmoreïment i ω_n la freqüència natural del sistema de control enllaç tancat.

3.4 Treballs a realitzar

3.4.1 Control de l'angle d'inclinació d'un avió

A la Figura 3-1, el sistema a controlar és la inclinació d'un avió comercial de la companyia Boeing.

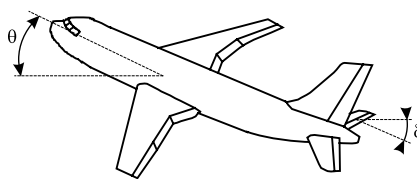


Figura 3-2

La relació entre l'angle d'inclinació θ i l'angle de desviació de l'elevador δ es descriu per la funció de transferència següent:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{\delta(s)} = \frac{1.151s + 0.1774}{s(s^2 + 0.739s + 0.921)}$$

L'objectiu és dissenyar diferents tipus de controladors per tal que es compleixin les següents especificacions en el sistema de control enllaç tancat davant d'una consigna graó de mag-

nitid 0.2:

- $E1$: Sobrepic de l'angle d'inclinació controlat inferior al 10%
- $E2$: Temps de pujada inferior a 2 s.
- $E3$: Temps d'establiment al 2% inferior a 10 s.
- $E4$: Error estacionari inferior al 0.5% als 10 s.

3.4.2 Disseny d'un controlador PD

A la Figura 3-1, s'utilitza un controlador PD la funció de transferència del qual és $C(s) = K_p + K_d s$. En general, amb l'augment del guany K_p , s'aconsegueix reduir el temps de pujada i l'error estacionari i augmentar el sobrepic però no s'actua sobre el temps d'establiment. Mentre que amb l'augment del guany K_d es pot reduir el sobrepic i el temps d'establiment però no s'actua ni sobre el temps de pujada ni sobre l'error estacionari. En el pla s , l'efecte que produeix un controlador PD és moure el lloc de les arrels cap al semiplà esquerra. En el disseny de controladors PD mitjançant el mètode del lloc de les arrels, convé utilitzar la funció de transferència de $C(s)$ de la forma següent:

$$C(s) = K_p + K_d s = K_p (1 + \gamma s) \quad \gamma = \frac{K_d}{K_p}$$

L'objectiu del disseny és determinar els paràmetres K_p i K_d per tal que es compleixin les especificacions predefinides. En el procediment de disseny cal fer els passos següents:

1. Obteniu al gràfica del lloc de les arrels de $G(s)$ i explicar perquè únicament amb l'ajust del guany K_p d'un controlador proporcional $C(s) = K_p$ no és possible aconseguir les prestacions establertes.
2. A partir de les especificacions de desenvolupament, escolliu adequadament el paràmetre γ per tal d'ubicar el lloc de les arrels de $(1 + \gamma s)G(s)$ en una zona desitjada del pla s i obteniu el guany K_p mitjançant el mètode del lloc de les arrels.
3. Mostreu la resposta temporal del sistema controlat a un graó de magnitud 0.2 i comproveu si es compleixen les especificacions predefinides.
4. Repetiu els passos anteriors fins que s'aconsegueixi el comportament satisfactori del sistema realimentat.

3.4.3 Disseny d'un controlador d'avanç-retard

En general, un controlador d'avanç contribueix a millorar l'estabilitat del sistema realimentat i a incrementar la velocitat de la resposta. En el pla s , l'efecte que produeix un controlador d'avanç és moure el lloc de les arrels cap al semiplà esquerra. En els sistemes de control que mostren característiques satisfactòries en el règim transitori però característiques insatisfactòries en el règim estable, es pot introduir un controlador de retard per tal de reduir els errors estacionaris.

L'efecte que produeix un controlador de retard és moure el lloc de les arrels cap al semiplà dret, la qual cosa no és desitjable per a l'estabilitat del sistema. Per aquesta raó, el pol i el zero d'un controlador de retard han de col·locar-se un aprop de l'altre i ambdós aprop de l'origen del pla s . Això vol dir que, a les proximitats dels pols dominants en llaç tancat, no ha d'alterar-se apreciablement el lloc de les arrels del sistema sense control de retard, sinó que ha d'incrementar-se el guany en llaç tancat en la mesura en que sigui necessari.

A la Figura 3-1, la funció de transferència d'un controlador d'avanç-retard és:

$$C(s) = kC_r(s)C_a(s) \quad C_r(s) = \frac{T_2s + 1}{\beta T_2s + 1} \quad C_a(s) = \frac{T_1s + 1}{T_1s + \alpha}$$

on: $\alpha > 1$ i $\beta > 1$

El procediment de disseny consta dels següents passos:

1. Disseny del controlador d'avanç $C_a^*(s) = k_a C_a(s)$.

A partir de les especificacions de desenvolupament, escolliu adequadament els paràmetres T_1 i α per ubicar el lloc de les arrels de $C_a(s)G(s)$ en una zona desitjada del pla s i obteniu el guany k_a mitjançant el mètode del lloc de les arrels.

Amb el controlador d'avanç $C_a^*(s)$ obtingut, mostreu la resposta temporal del sistema en llaç tancat davant d'un graó de magnitud 0.2 i comproveu si es compleixen les especificacions $E1$, $E2$ i $E3$. Si no es compleixen, repetiu els passos anteriors.

2. Disseny del controlador de retard $C_r^*(s) = k_r C_r(s)$.

Basant-vos en els resultats obtinguts anteriorment, escolliu adequadament els paràmetres T_2 i β per tal que la nova ubicació del lloc de les arrels de $k_a C_r(s)C_a(s)G(s)$ en el pla s no s'alteri apreciablement respecte a la de $k_a C_a(s)G(s)$ (sense control de retard) i obteniu el guany k_r mitjançant el mètode del lloc de les arrels.

3. Aplicació del controlador d'avanç-retard.

Amb el controlador d'avanç-retard $C(s) = kC_r(s)C_a(s)$ i $k = k_r k_a$, mostreu la resposta temporal del sistema en llaç tancat davant d'un graó de magnitud 0.2 i comproveu si s'aconsegueixen totes les prestacions establertes. Si no es compleixen, repetiu els passos anteriors fins que s'obtingi el comportament satisfactori del sistema realimentat.

4. DISSENY DE SISTEMES DE CONTROL MITJANÇANT EL MÈTODE DEL DIAGRAMA DE BODE

4.1 Objectius

1. Familiaritzar-se amb el Matlab/Simulink.
2. Utilitzar les eines que proporciona el Matlab/Simulink per dissenyar diferents tipus de controladors mitjançant la tècnica del diagrama de Bode.

4.2 Funcions de Matlab relacionades amb el diagrama de Bode

Considereu un sistema de control amb funció de transferència i equació d'estat com la següent:

$$G(s) = \frac{num(s)}{den(s)}$$

- **bode**

Obtenir el diagrama de Bode.

```
>> bode(num,den)
>> [mag,phase] = bode(num,den);
```

```
>> w = logspace(N_min, N_max, punts);
>> bode(num,den,w)
>> [mag,phase,w] = bode(num,den,w);
```

```
>> w = freqint(num,den,punts);
>> bode(num,den,w)
>> [mag,phase,w] = bode(num,den,w);
```

- **margin**

Obtenir el marge de guany i de fase.

```
>> margin(num,den)
>> [Gm,Pm,wcg,wcp] = margin(num,den);
```

4.3 Descripció del sistema

El sistema és el de la Figura 4-1 on $G(s)$ i $C(s)$ representen les funcions de transferència del procés i del controlador. $R(s)$, $\theta(s)$ i $D(s)$ són consigna, sortida i pertorbació externa, respectivament.

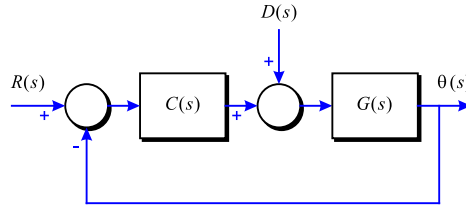


Figura 4-1

En concret, el procés a controlar és un motor de corrent contínua. La relació entre la posició angular i la tensió aplicada es descriu amb la següent funció de transferència:

$$G(s) = \frac{k}{s[(Js + b)(Ls + R) + k^2]}$$

on:

$$J = 3.2284 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$b = 3.5077 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

$$k = 0.0274 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

$$R = 4 \Omega$$

$$L = 2.75 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

L'objectiu és dissenyar un controlador que faci que es compleixin les següents especificacions en el sistema de control en llaç tancat:

- $E1$: Sobrepic de la resposta del sistema controlat inferior al 16%
- $E2$: Temps d'establiment inferior a 0.05 s.
- $E3$: Error estacionari zero davant una consigna graó unitari $r(t)$
- $E4$: Error estacionari zero davant una consigna graó $d(t)$ de magnitud 0.1

En els sistemes de control que tinguin dos pols dominants en llaç tancat,

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n$$

es poden convertir les especificacions temporals $E1$ i $E2$ en especificacions freqüencials utilitzant les següents relacions:

$$\zeta = \sqrt{\frac{\ln^2 MP}{\pi^2 + \ln^2 MP}}$$

$$\phi_0 \simeq 100\zeta$$

$$\omega_{bw} = \frac{4}{t_s \zeta} \sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

on MP és el sobrepic i ζ és el factor d'esmoreïment relacionat amb els pols dominants del sistema controlat, ϕ_0 és el marge de fase i ω_{bw} és la freqüència de l'ample de banda en el diagrama de Bode.

4.4 Treballs a realitzar

4.4.1 Estudi de les característiques d'un motor de C.C.

1. Obteniu els valors inicials de ϕ_0 i ω_{bw} que satisfacin les especificacions $E1$ i $E2$ utilitzant les fórmules donades anteriorment. (Haureu d'assignar nous valors a ϕ_0 i ω_{bw} quan feu el reajustament dels paràmetres del sistema de control a l'apartat 4.4.7.)
2. Dibuixeu el diagrama de Bode de $C(s)G(s)$ i obteniu el marge de guany i el marge de fase corresponents, suposant que $C(s) = 1$. És estable el sistema de control en llaç tancat sense pertorbacions ($D(s) = 0$)? Existeix error estacionari a una consigna $R(s)$ de graó unitari?

4.4.2 Eliminació de l'error estacionari provocat per la pertorbació $D(s)$ de tipus graó

1. Introduint un control integrador $C_i(s) = \frac{1}{s}$, expliqueu perquè es pot anul·lar ara l'error estacionari provocat per una pertorbació $D(s)$ de tipus graó i complir així sempre les especificacions $E3$ i $E4$?
2. Dibuixeu el diagrama de Bode de $C_i(s)G(s)$ pel rang de freqüència $[10^0, 10^4]$ i obteniu el marge de guany i el marge de fase corresponents. És estable el sistema de control en llaç tancat amb $C(s) = C_i(s)$ i sense pertorbacions ($D(s) = 0$)?
3. Obteniu els pols i zeros de $C_i(s)G(s)$. Trobeu el pol simple p_0 que se situa més aprop de l'origen (excloent els pols $s = 0$).

4.4.3 Disseny d'un controlador PI

1. Introduint un controlador PI amb $C_{pi}(s) = \frac{s + \gamma}{s}$ i $\gamma = -p_0$, es pot aconseguir una

cancel·lació del pol simple p_0 en llaç obert.

2. Dibuixeu el diagrama de Bode de $C_{pi}(s)G(s)$ i obteniu el marge de guany i el marge de fase corresponents. Observeu la traça de fase del diagrama de Bode aprop de la freqüència ω_{bw} , quin canvi s'ha produït respecte a la de l'apartat 4.4.2? És estable el sistema en llaç tancat amb $C(s) = C_{pi}(s)$ i sense pertorbacions ($D(s) = 0$)?
3. Obteniu la fase $\phi(\omega_{bw})$ a la freqüència ω_{bw} mitjançant la instrucció $[mag, \phi(\omega_{bw})] = bode(N_{pi}, D_{pi}, \omega_{bw})$, essent N_{pi} i D_{pi} el numerador i el denominador de $C_{pi}(s)G(s)$. Llavors, la fase ϕ_p que cal incorporar al sistema per tal d'obtenir aproximadament un marge de fase ϕ_0 ve donada per $\phi_p = \phi_0 - \phi(\omega_{bw}) - 180^\circ$, essent ϕ_0 l'obtingut a l'apartat 4.4.1.
4. Utilitzant el controlador $C(s) = C_{pi}(s)$, obteniu la resposta temporal del sistema en llaç tancat sense pertorbacions ($D(s) = 0$) davant una consigna de graó unitari. Verifiqueu el compliment de les especificacions $E1$ i $E2$.

4.4.4 Disseny d'un controlador d'avanç

1. Introduint un controlador d'avanç $C_a(s)$, es pot afegir al sistema una fase positiva ϕ_p calculada a l'apartat 4.4.3.

$$C_a(s) = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \quad \alpha = \frac{1 - \sin(\phi_p \pi / 180)}{1 + \sin(\phi_p \pi / 180)} \quad T = \frac{1}{\omega_{bw} \sqrt{\alpha}}$$

2. Dibuixeu el diagrama de Bode de $C_a C_{pi}(s)G(s)$ i obteniu el marge de guany i el marge de fase corresponents.
3. Utilitzant el controlador $C(s) = C_a(s)C_{pi}(s)$, obteniu la resposta temporal del sistema en llaç tancat sense pertorbacions ($D(s) = 0$) davant una consigna de graó unitari. Verifiqueu el compliment de les especificacions $E1$ i $E2$. Compareu el resultat obtingut amb el de l'apartat 4.4.3.

4.4.5 Determinació del guany del controlador

1. Utilitzant un controlador $C(s) = k_c C_a(s)C_{pi}(s)$, l'objectiu és trobar un guany k_c per tal que la freqüència de l'ample de banda del sistema sigui igual o superior a ω_{bw} . Recordeu que amb l'increment o la disminució del guany k_c es pot moure la traça de guany del diagrama de Bode cap amunt o cap avall sense afectar a la traça de fase. Amb la instrucció $[mag(\omega_{bw}), phase] = bode(N_{api}, D_{api}, \omega_{bw})$, essent N_{api} i D_{api} el numerador i el denominador de $C_a(s)C_{pi}(s)G(s)$, s'obté el guany del controlador $k_c = 1/mag(\omega_{bw})$.
2. Dibuixeu el diagrama de Bode de $k_c C_a(s)C_{pi}(s)G(s)$ i obteniu el marge de guany i el marge de fase corresponents.

3. Utilitzant el controlador $C(s) = k_c C_a(s) C_{pi}(s)$, obteniu la resposta temporal del sistema en llaç tancat sense pertorbacions ($D(s) = 0$) davant una consigna de graó unitari. Verifiqueu el compliment de les especificacions $E1$ i $E2$. Compareu el resultat obtingut amb el de l'apartat 4.4.4.

4.4.6 Resposta del sistema pertorbat

1. Amb el controlador $C(s) = k_c C_a(s) C_{pi}(s)$ calculat a l'apartat 4.4.5, obteniu la resposta temporal del sistema en llaç tancat a una pertorbació graó de magnitud 0.1 i amb $R(s) = 0$.
2. Obteniu la resposta temporal del sistema pertorbat en llaç tancat (és a dir, entrant al sistema una consigna de graó unitari i una pertorbació de graó de magnitud 0.1 simultàniament). Verifiqueu el compliment de les especificacions $E1 - E4$. Compareu el resultat obtingut amb el de l'apartat 4.4.5.

4.4.7 Reajustament dels paràmetres del sistema de control

Si no es compleixen les especificacions de disseny, s'han de reajustar els paràmetres del sistema de control de la manera següent:

1. Mantenint el valor de ω_{bw} , augmenteu el valor ϕ_0 i repetiu els treballs dels apartats 4.4.2 - 4.4.6 fins a obtenir un valor ϕ_0^* amb el qual es produeixi en el sistema pertorbat un sobrepic igual o una mica inferior al 16%.
2. Mantenint el valor de $\phi_0 = \phi_0^*$, augmentar el valor ω_{bw} i repetiu els treballs dels apartats 4.4.2 - 4.4.6 fins a obtenir un valor ω_{bw}^* amb el qual el temps d'establiment del sistema pertorbat sigui inferior a 0.05 s.
3. Basant-vos en ϕ_0^* i ω_{bw}^* , determineu els paràmetres k_c , α , β i T del controlador. Obteniu la resposta temporal del sistema pertorbat en llaç tancat i verifiqueu el compliment de les especificacions $E1 - E4$.