

Index

1	Exemples de sistemes de control.	1
1.1	6x6 Marcià ("Capricorn I")	1
1.2	Control de nivell d'un dipòsit	2
1.3	Estabilització d'un vaixell ("L'aventura del Poseidon")	5
2	Anàlisi de sistemes mitjançant la resposta temporal	7
3	Anàlisi de sistemes mitjançant el lloc de les arrels	9
4	Anàlisi de sistemes mitjançant mètodes freqüencials	11

1. EXEMPLES DE SISTEMES DE CONTROL.

En aquesta sessió es realitzarà l'estudi de l'error en estat estacionari i estabilitat dels sistemes donats. Es tracte de veure de forma intuïtiva com respon cada un dels sistemes a diferents canvis de consignes i a la introducció de pertorbacions, quan algun dels seus paràmetres va canviant de valor.

1.1 6x6 Marcià ("Capricorn I")

A la Figura 1-1 es mostra un vehicle per explorar territoris de Mart.

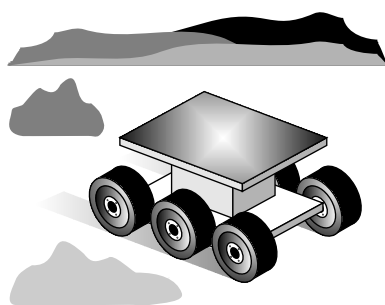


Figura 1-1

Aquest vehicle és controlat des de la terra (Cabo Cañaberal) a fi i efecte de fer-li seguir una determinada trajectòria. El vehicle es pot modelar amb una funció de transferència de segon ordre (*Rover*), on les unitats seran metres:

$$Rover(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}$$

Òbviament, es requereix algun control. En aquesta exemple se'n proposen dos tipus: Un en llaç obert i un altre en llaç tancat.

En llaç tancat.

L'esquema proposat és el de la Figura 1-2 on K és el paràmetre del controlador que s'haurà d'anar ajustant i $D(s)$ són les pertorbacions.

Es demana:

1. De quin tipus és el sistema *Rover*? A quin tipus de consigna serà capaç de seguir amb error estacionari nul?

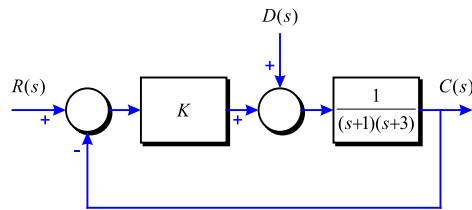


Figura 1-2

2. Considerant que el terreny de Mart és completament pla i sense vida intel·ligent (no hi ha pertorbacions, $D(s) = 0$), aneu donant valors al paràmetre K de manera que el sistema segueixi la consigna. Proveu-ho per a diferents tipus de consignes: un graó unitari i rampa amb pendent de 1. Determineu el valor de K que dona un error estacionari de $e_s(\infty) = 0.1$ per a una entrada graó unitari.
3. Després d'un cert temps de circular per la superfície de Mart, el vehicle s'acosta al cràter Olympus i el terreny comença a canviar (ara les pertorbacions no són nul·les, $D(s) \neq 0$). Com respon el vehicle? Proveu-ho per a diferents valors de K també. Suposeu una pertorbació graó unitari. Calculeu el valor de la sortida en regim estacionari per a la pertorbació donada i la K calculada a l'apartat 2.

En llaç obert.

Ara l'esquema proposat és el de la Figura 1-3.

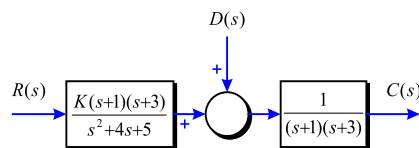


Figura 1-3

Es demana:

1. Realitzeu les mateixes accions que a l'apartat 2, però al final calculant la K que fa que l'error estacionari a una entrada graó unitari sigui nul. Amb aquest valor de K comproveu com respon el sistema a la pertorbació proposada a l'apartat 3.

1.2 Control de nivell d'un dipòsit

Es pretén que el nivell del líquid d'un dipòsit es mantingui a un certa alçada. L'esquema de control proposat és el de la Figura 1-4.

Com es pot veure, el sistema consta de: un dipòsit de capacitat A en el que la sortida de líquid ve regulada per una vàlvula, un sensor de pressió diferencial (DPC) que mesurarà

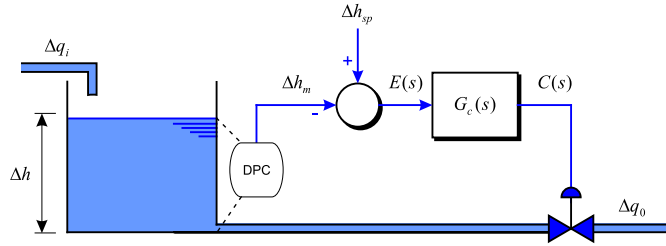


Figura 1-4

l'alçada del líquid del dipòsit en cada moment, i un controlador que actuarà sobre la vàlvula produint que aquesta es tanqui més o menys.

El senyal mesurat Δh_m és comparat amb la consigna introduïda Δh_{sp} (alçada del nivell de líquid desitjada) donant com a resultat un senyal error $E(s)$. Aquest senyal d'error és aplicat a l'entrada del controlador, donant com a sortida el senyal $C(s)$ que controlarà l'obertura de la vàlvula, i conseqüentment, augmentant o disminuint el cabal de sortida del dipòsit Δq_0 . L'objectiu final és doncs fer variar aquest flux de sortida Δq_0 de manera que el nivell del líquid del dipòsit segueixi la consigna d'alçada Δh_{sp} desitjada.

Per a controlar aquest procés, es buscarà primerament com obtenir el seu model amb diagrama de blocs. Després s'analitzarà el procés amb Simulink per a veure com varia la sortida al variar el paràmetre del controlador. Al final, s'introduiran algunes no linealitats per tal de veure els seus efectes.

Diagrama de blocs.

Per a obtenir el diagrama de blocs es necessari conèixer les característiques dels diferents components que formen part del sistema. A continuació es detallaran les característiques més rellevants de cada un d'ells.

Pel que fa al dipòsit, els cabals d'entrada i de sortida estan relacionats amb l'alçada $h(t)$ del líquid del dipòsit com:

$$A \frac{dh}{dt} = Q_i - Q_0$$

on A és la secció del dipòsit. En el nostre cas es suposarà que $A = 100$, i que l'alçada màxima és de 10 m.

Utilitzant la transformada de Laplace es pot posar l'equació anterior com:

$$H(s) = \frac{1}{As} Q_i(s) - \frac{1}{As} Q_0(s)$$

La resposta del sensor (DPC) té un comportament de primer ordre que es pot escriure de la manera següent:

$$G_m(s) = \frac{H_m(s)}{H(s)} = \frac{K_m}{\tau_m s + 1} \quad \text{amb: } K_m = 1 \text{ i } \tau_m = 10$$

La vàlvula es pot descriure també com un sistema de primer ordre:

$$G_f(s) = \frac{Q_0(s)}{C(s)} = \frac{K_v}{\tau_v s + 1} \quad \text{amb: } K_v = 10 \text{ i } \tau_v = 3$$

Cal dir que en aquest cas s'està considerant una vàlvula que quan va augmentant el senyal que se li aplica, respon obrint-se més. A nivell de comentari s'ha de tenir en compte però, que en alguns processos es fa necessari l'ús de vàlvules amb funcionament invers, és a dir, que al augmentar el senyal que se li aplica, la vàlvula es va tancant.

Pel que fa al regulador es proposa per simplicitat utilitzar un regulador proporcional:

$$G_c(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = \pm K_c$$

Una vegada caracteritzats els diferents components es demana:

1. Feu el diagrama de blocs del sistema, utilitzant el patró de la Figura 1-5.

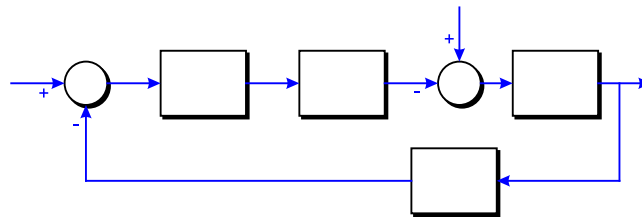


Figura 1-5

Nota: Per a obtenir el diagrama correcte s'ha de tenir ben clar quina és la variable de sortida que es desitja mesurar i quina és la consigna que es té en aquest cas. Després s'hauran d'anar aprofitant les relacions entre les diferents variables del sistema proporcionades anteriorment fins a obtenir el diagrama complet. Convé també que observeu que les unitats es corresponen. Per exemple, si en un punt hi ha una resta de dues variables, no pot ser que una siguin metres i l'altra m^3/hora .

Resposta del sistema lineal.

1. Amb el diagrama de blocs obtingut, calculeu la funció de transferència global del sistema. A partir d'aquesta, determineu per a quin marge de valors del controlador $G_c(s)$ el sistema serà estable. Amb quin signe de K_c us quedariau? Considereu de moment $\Delta q_i = 0 \text{ m}^3/\text{h}$.
2. Suposant que el flux d'entrada no canvia ($\Delta q_i = 0 \text{ m}^3/\text{h}$ ct.), obteniu les respostes temporals del sistema utilitzant el regulador proporcional $G_c(s)$ amb diferents valors de K_c . A partir d'aquests resultats discuteu les diferències en els valors de sobrepic i períodes d'oscil·lació. Quin és el valor de l'error estacionari obtingut en cada cas? Per què et sembla que és així?

Preneu com a consigna un graó de $\Delta h_{sp} = 5 \text{ m}$.

3. Calculeu l'alçada $H(s)$ en funció de $H_{sp}(s)$ i de Q_i . Estudieu l'efecte de les pertorbacions.

Efecte de les no linealitats.

1. Deixant la K_c que creieu més adient, observeu el senyal a la sortida de la vàlvula. Supposeu que en realitat disposeu d'una vàlvula que com a molt dóna un flux de sortida de $10 \text{ m}^3/\text{h}$. Mantenint els paràmetres del controlador de l'apartat anterior, comproveu què passa amb el senyal de sortida quan introduïu un bloc limitador de Simulink que simula aquest efecte.
2. Supposeu que ara voleu veure la resposta del sistema, però considerant que el dipòsit ja estava ple. Per això, poseu com a condició inicial de l'integrador 10 (es parteix d'una alçada inicial de 10 m). Comproveu com respon ara el sistema.

1.3 Estabilització d'un vaixell ("L'aventura del Poseidon")

Per a evitar al màxim les marejades del personal quan es viatge en vaixell, és important estabilitzar les oscil·lacions degudes a l'onatge del mar. També és important per a la càrrega que es transporta, o en operacions de maniobrabilitat en l'entrada i/o sortida del port. Molts d'aquests sistemes d'estabilització estan basats en aletes situades sota el nivell de l'aigua per provocar un parell d'estabilització al vaixell, tal i com es pot veure a la Figura.

El moviment de balanceig d'un vaixell es pot analitzar matemàticament de forma similar a la del moviment d'oscil·lació d'un pèndol. Per tant es pot modelitzar amb la funció de transferència següent:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

on es prendran els valors següents: $\omega_n = \frac{2\pi}{T}$, $T = 3.14 \text{ s}$. i $\zeta = 0.10$.

També es considerarà que en una mar normal (plana-arriçada, segons Picó i altres), el balanceig està en un marge de $\theta = \pm 18^\circ$.

El sistema de control que es proposa és el de la Figura 1-6.

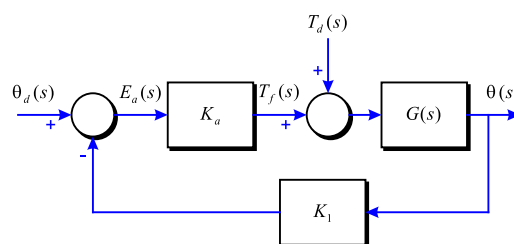


Figura 1-6

Aquest sistema consta d'un regulador que actua sobre el senyal $E_a(s)$ i d'un sensor amb guany K_1 .

1. Estudieu l'estabilitat del sistema per als paràmetres K_1 i K_a .

2. Considerant el mar com un mirall ($T_d(s) = 0$), determineu la sensibilitat del sistema per a K_a i per a K_1 . Comproveu el resultat obtingut avaluant les amplituds d'oscil·lació per a diferents valors d'aquests paràmetres.
3. Una vegada vist l'efecte de K_1 i K_a en la sensibilitat del sistema analitzeu el rebuig a les pertorbacions $T_d(s)$ del sistema (relació entre $\theta_d(s)$, $\theta(s)$ i $T_d(s)$).
4. Trobeu la resposta temporal $\theta(t)$ per a una consigna de $\theta_d = 0$, considerant $T_d(s)$ un graó unitari.

2. ANÀLISI DE SISTEMES MITJANÇANT LA RESPOSTA TEMPORAL

1. Per al sistema de control de la Figura 2-1.

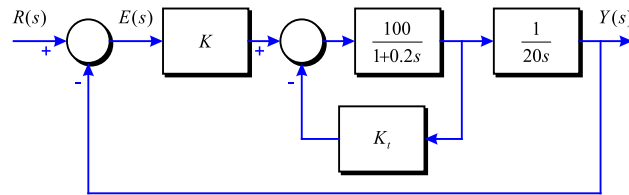


Figura 2-1

- Trobeu els valors de K i K_t per a que el sobrepic màxim de la sortida sigui $SP \leq 10\%$ i el temps de pujada sigui aproximadament $t_r \leq 0.1$ s per a una entrada graó unitari.
 - Amb els valors de K i K_t trobats, determineu els errors en estat estable del sistema quan la referència d'entrada és un graó unitari i una rampa unitària.
 - Comproveu simulant amb Matlab/Simulink, que amb els valors trobats la resposta del sistema compleix amb les especificacions proposades.
2. Es pretén que el sistema de la Figura 2-2 compleixi amb les especificacions següents:

Per a una entrada rampa: Error de velocitat $e_v(\infty) \leq 0.000433$
 Per a una entrada graó unitari: $SP \leq 5\%$ i $t_r \leq 0.005$

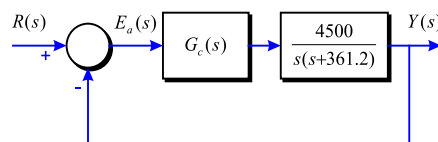


Figura 2-2

- Es possible seguir les especificacions donades si $G_c(s) = K_p$?
 - I si el controlador fos de la forma $G_c(s) = K_p + K_d s$? Quina aproximació s'ha fet per als càlculs? És pot considerar que és una bona aproximació?
3. Donat el sistema de la Figura 2-3 amb:

$$G_c(s) = \frac{K_a}{s} \quad \text{i} \quad G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

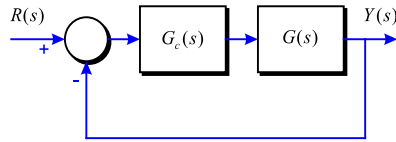


Figura 2-3

- (a) Si es vol que la funció de transferència global $M(s)$ tingui un denominador:

$$s^3 + 24.636s^2 + 421.5s + 2744$$

determineu els valors dels paràmetres del sistema $G(s)$ i de K_a per a que així sigui. Representeu el diagrama de pols i zeros d'aquesta funció $M(s)$, utilitzant la instrucció pzmap del Matlab. Hi ha algun pol dominant?

- (b) Calculeu quin sobrepic SP , quin temps de pic t_p i quin temps de pujada t_r tindria aquest sistema per a una entrada graó unitari, si els pols complexos de $M(s)$ fossin dominants. Representeu gràficament aquesta resposta.
- (c) Obtingueu la resposta real del sistema sense aproximació i compareu-la amb l'obtinguda a l'apartat 3b. Quins canvis s'observen?

3. ANÀLISI DE SISTEMES MITJANÇANT EL LLOC DE LES ARRELS

Es pretén controlar el sistema:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

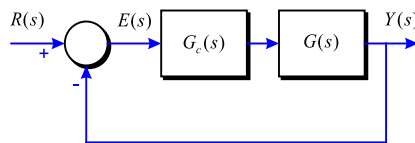


Figura 3-1

seguint l'esquema de control de la Figura 3-1 per a que compleixi amb les especificacions donades per a una entrada graó unitari:

$$\begin{array}{ll} \text{Error de posició:} & e_p(\infty) \leq 5\% \\ \text{Sobrepic:} & SP \leq 5\% \\ \text{Temps d'establiment:} & t_{s \pm 2\%} \leq 1 \text{ s.} \end{array}$$

1. Trobeu el valor dels pols s_e d'un sistema de segon ordre pur que complís amb aquestes especificacions. Representeu la zona d'interès.
2. Determineu amb quin tipus de controlador $G_c(s)$ es podran assolir les especificacions donades. Feu un esbós ràpid del lloc de les arrels per a descartar els reguladors amb els que no sigui possible.
3. Dissenyeu aquests controladors per a que s'assoleixin les especificacions. Representeu el lloc de les arrels del sistema amb controlador i comproveu que aquest passa pel pol s_e escollit.
4. Comproveu simulant amb Matlab/Simulink, que amb els valors trobats la resposta del sistema compleix amb les especificacions proposades. Reajusteu els paràmetres si ho considereu necessari, comprovant la modificació que consegüentment pateix el lloc de les arrels del sistema amb controlador.
5. Si a les especificacions anteriors es substitueix la condició estacionària per $e_v(\infty) \leq 5\%$, hi ha alguna modificació respecte els controladors calculats a l'apartat 4?
6. Comproveu simulant amb Matlab/Simulink, que amb els valors trobats la resposta del sistema compleix amb les especificacions proposades. Reajusteu els paràmetres si ho considereu necessari, comprovant la modificació del lloc de les arrels del sistema amb controlador.

4. ANÀLISI DE SISTEMES MITJANÇANT MÈTODES FREQUÈNCIALS

Es pretén controlar el sistema $G(s)$ amb l'esquema de control de la Figura 4-1, per a que compleixi amb les especificacions següents per a una entrada graó de 5.

Consigna 5

Error de posició $e_p(\infty) = 0$

$SP \leq 5\%$ ($MF \geq 65^\circ$)

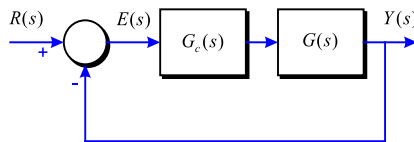


Figura 4-1

1. Sabent que el sistema ha respost a diverses entrades graó de 5 V de la forma donada a la Figura 4-2.

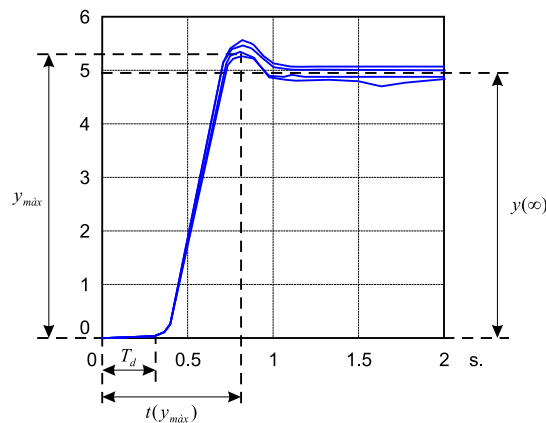


Figura 4-2

2. Busqueu una funció de transferència que pugui modelar el sistema $G(s)$ en aquest cas. Ajudeu-vos trobant els valors proposats a la gràfica.
3. Representeu el diagrama de Bode del sistema en llaç obert $G(s)$ en un marge de freqüències entre 0.1 i 100 rad/s. Sobreposeu-hi el diagrama de Bode del sistema $G(s)$ sense retard. Compareu el marge de guany i el marge de fase del sistema amb retard i del sistema sense retard.

4. És possible complir amb les especificacions donades amb un controlador només P? Per què?

Es dissenyarà ara un controlador PI provant dos mètodes de sintonia diferents per assolir les especificacions proposades:

Disseny d'un PI. Mètode 1.

1. Escolliu una freqüència ω_c del diagrama de Bode del sistema $G(s)$ sense compensar on hi hagi el marge de fase desitjat.
2. Situeu el zero del PI suficientment allunyat de ω_c per tal de que al introduir el PI, el diagrama de fase del sistema no es vegi modificat en torn de ω_c . Es pot escollir el zero del PI a $\omega_1 = \frac{\omega_c}{10}$.
3. Ajusteu el guany per a que ω_c sigui la freqüència de tall desitjada.
4. Obtingueu el marge de guany i el marge de fase del sistema compensat així com la ω_c real.
5. Repetiu els càlculs del MF , MG i ω_c suposant ara que el guany del sistema K ha variat $K \pm 5\%$. Representeu el diagrama de Bode amb aquests 2 valors de K per ω entre 0.1 i 10. A quina conclusió s'arriba?

Disseny d'un PI. Mètode 2.

1. Situeu el zero del PI de forma que el diagrama de Bode de guany talli a l'eix de 0 dB amb un pendent de -20 dB/dec. S'intentarà també que la zona plana del gràfic quedi el més lluny possible de l'eix 0 dB.
2. Seleccioneu ara la freqüència ω_c a la que hi ha el marge de fase desitjat.
3. Ajusteu el guany per a que ω_c sigui la freqüència de tall buscada.
4. Comproveu el MG , el MF i ω_c del nou sistema compensat.
5. Repetiu els càlculs del MF , MG i ω_c suposant ara que el guany del sistema K ha variat $K \pm 5\%$. A quina conclusió s'arriba?
6. Obtingueu la resposta al graó de 5 del sistema compensat i comproveu si s'assoleixen les especificacions demanades. Reajusteu els valors dels paràmetres del controlador si ho creieu convenient.

Es viable realitzar el control del sistema amb un PID? Per què?