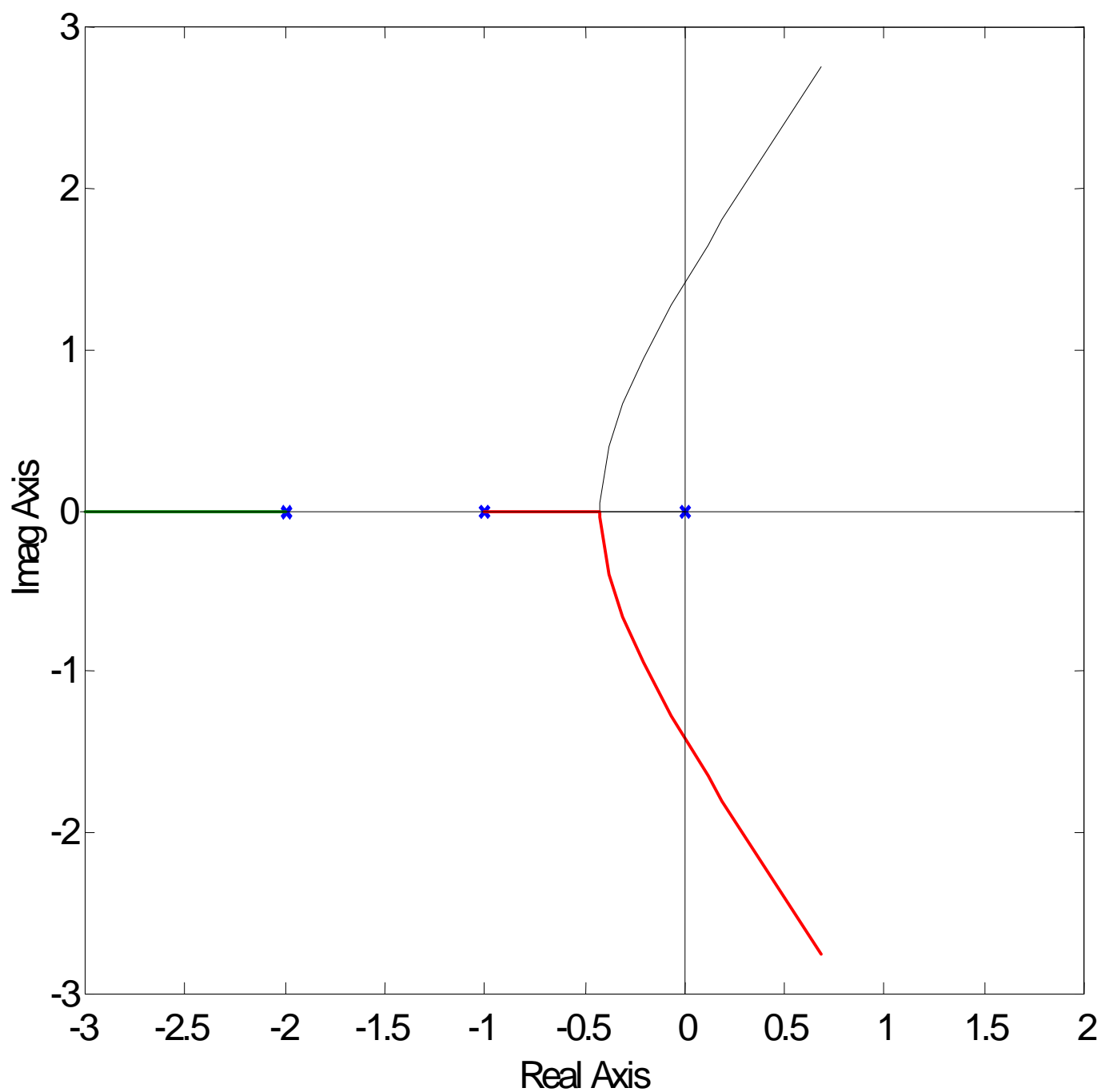


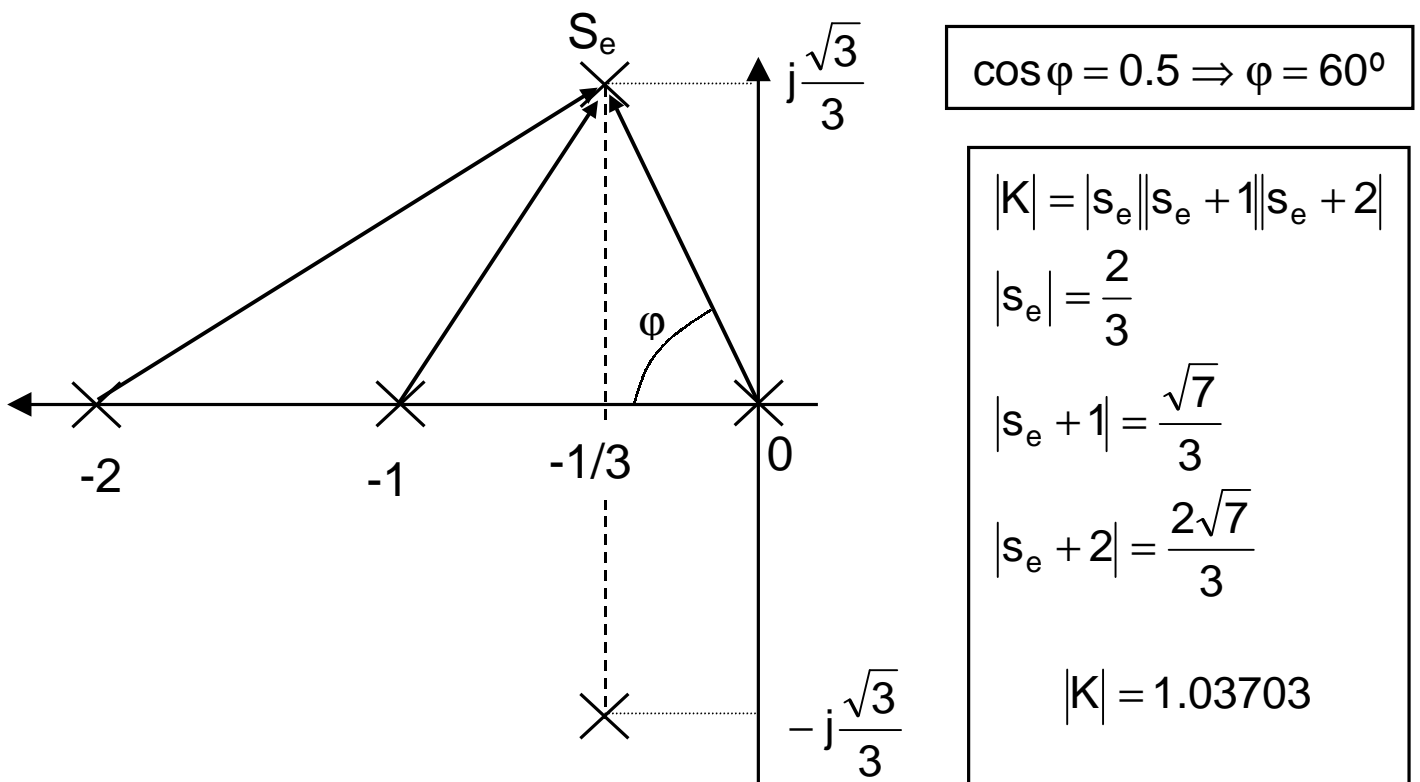
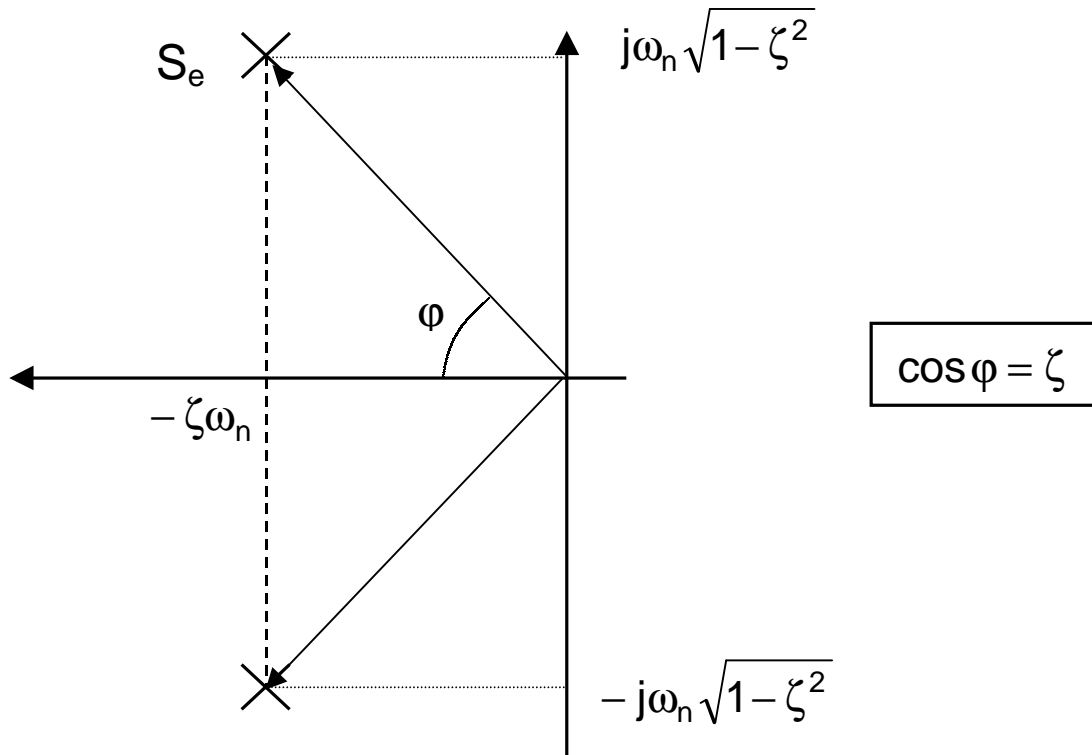
# El lloc de les arrels

## Exemple 1

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

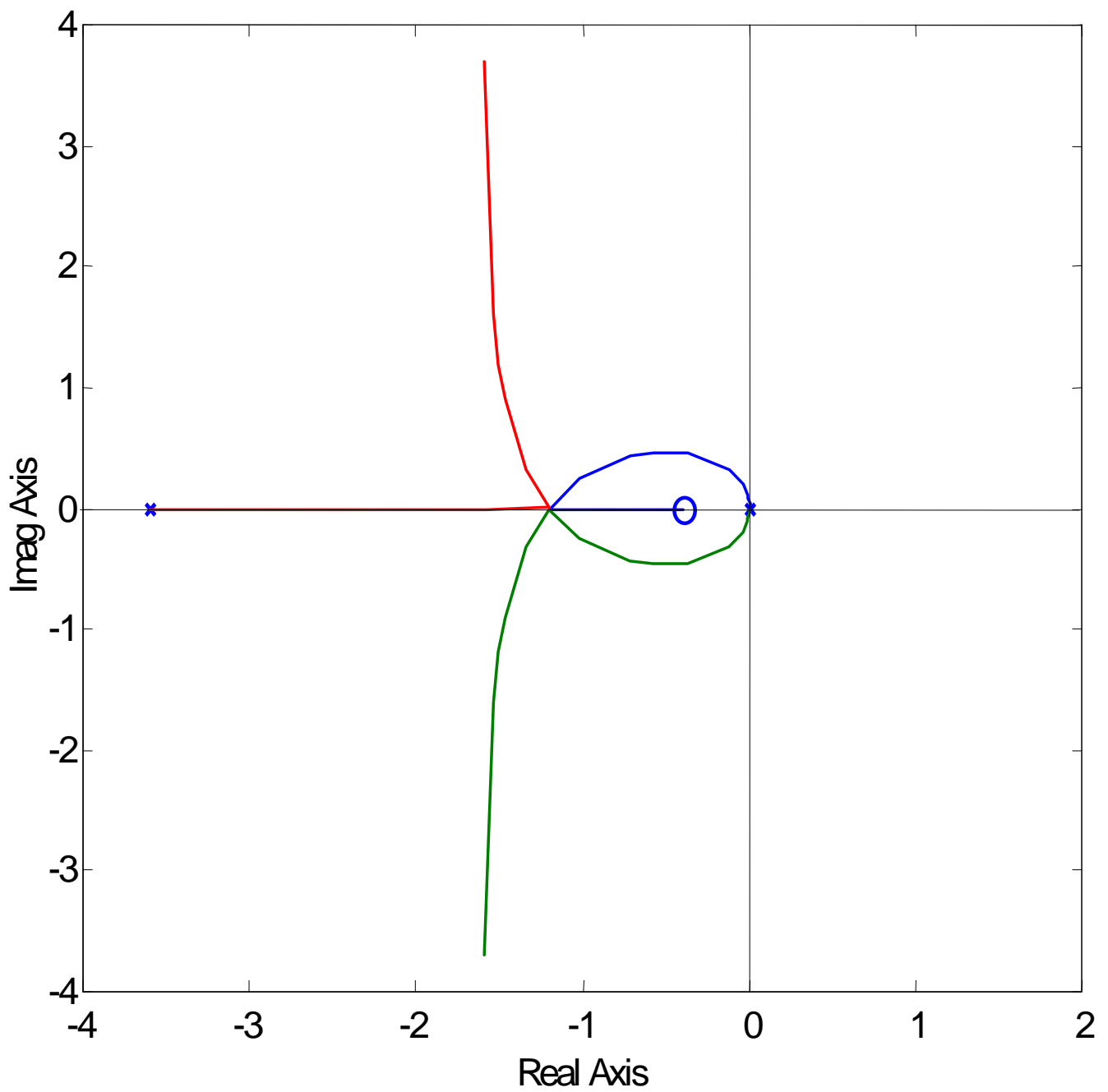


Valor de K pel qual els pols complexos conjugats dominants tenen  $\zeta = 0.5$



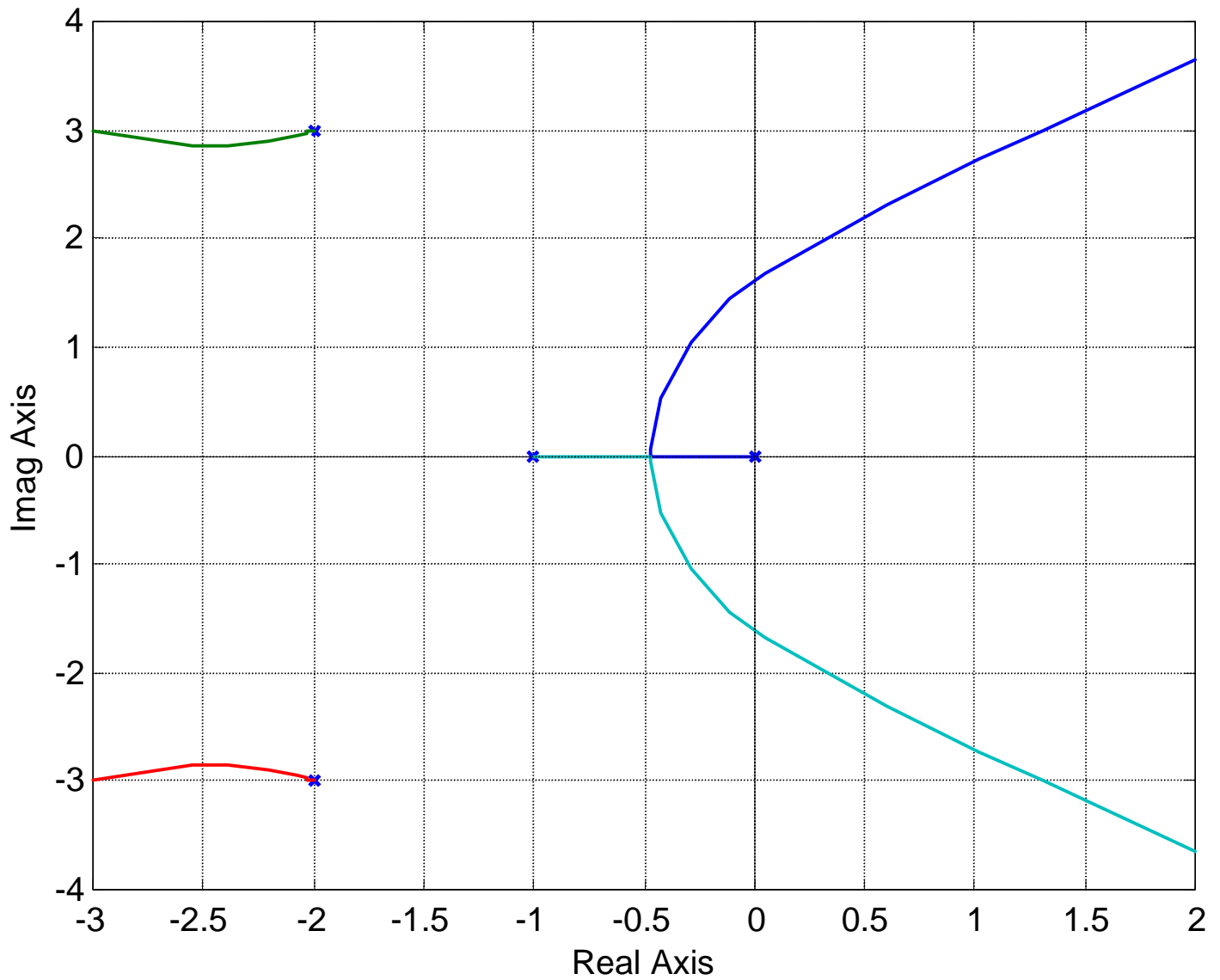
## Exemple 2

$$G(s) = \frac{K(s + 0.4)}{s^2(s + 3.6)}$$



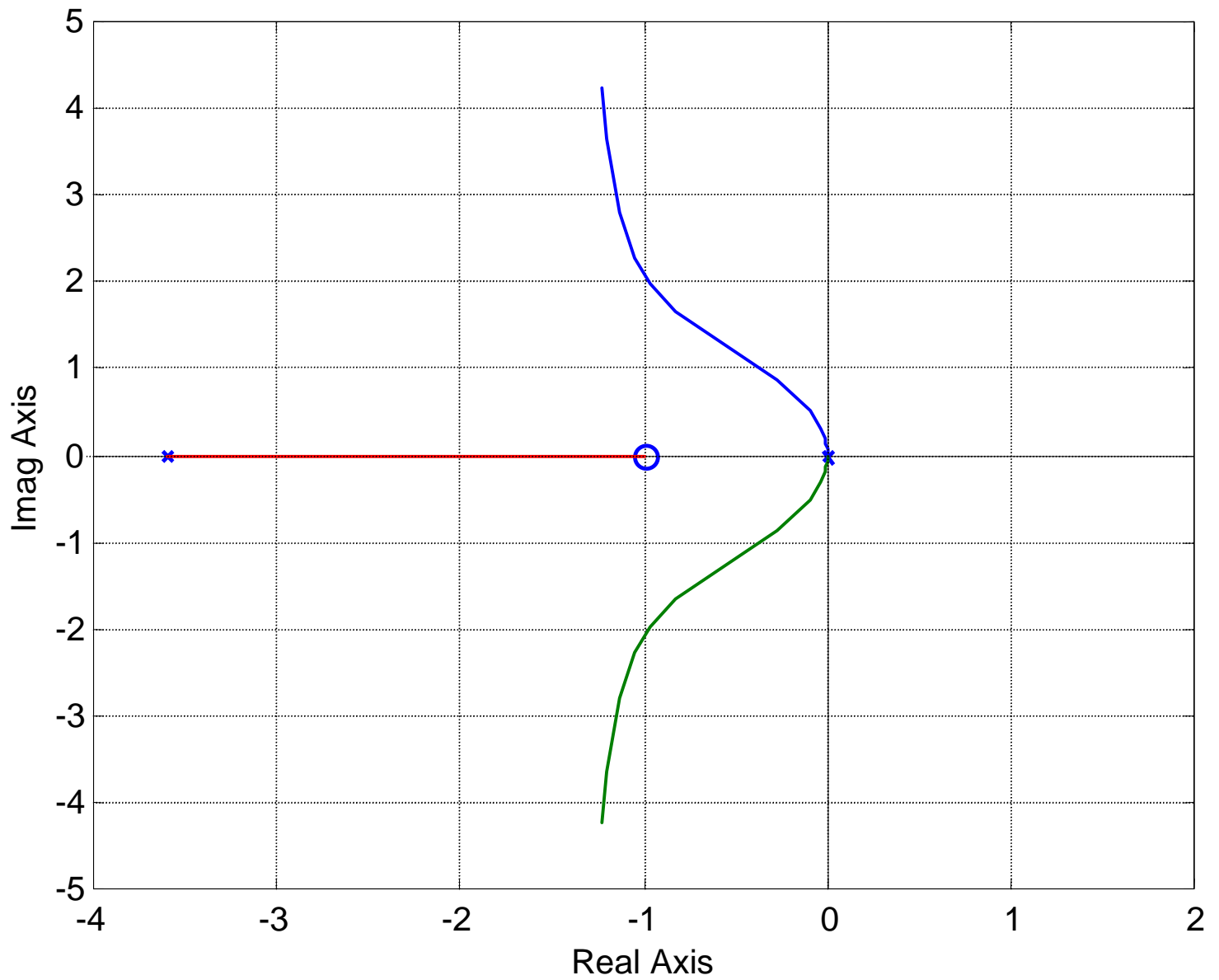
### Exemple 3

$$G(s) = \frac{K(s+0.4)}{s(s+1)(s^2+4s+13)}$$



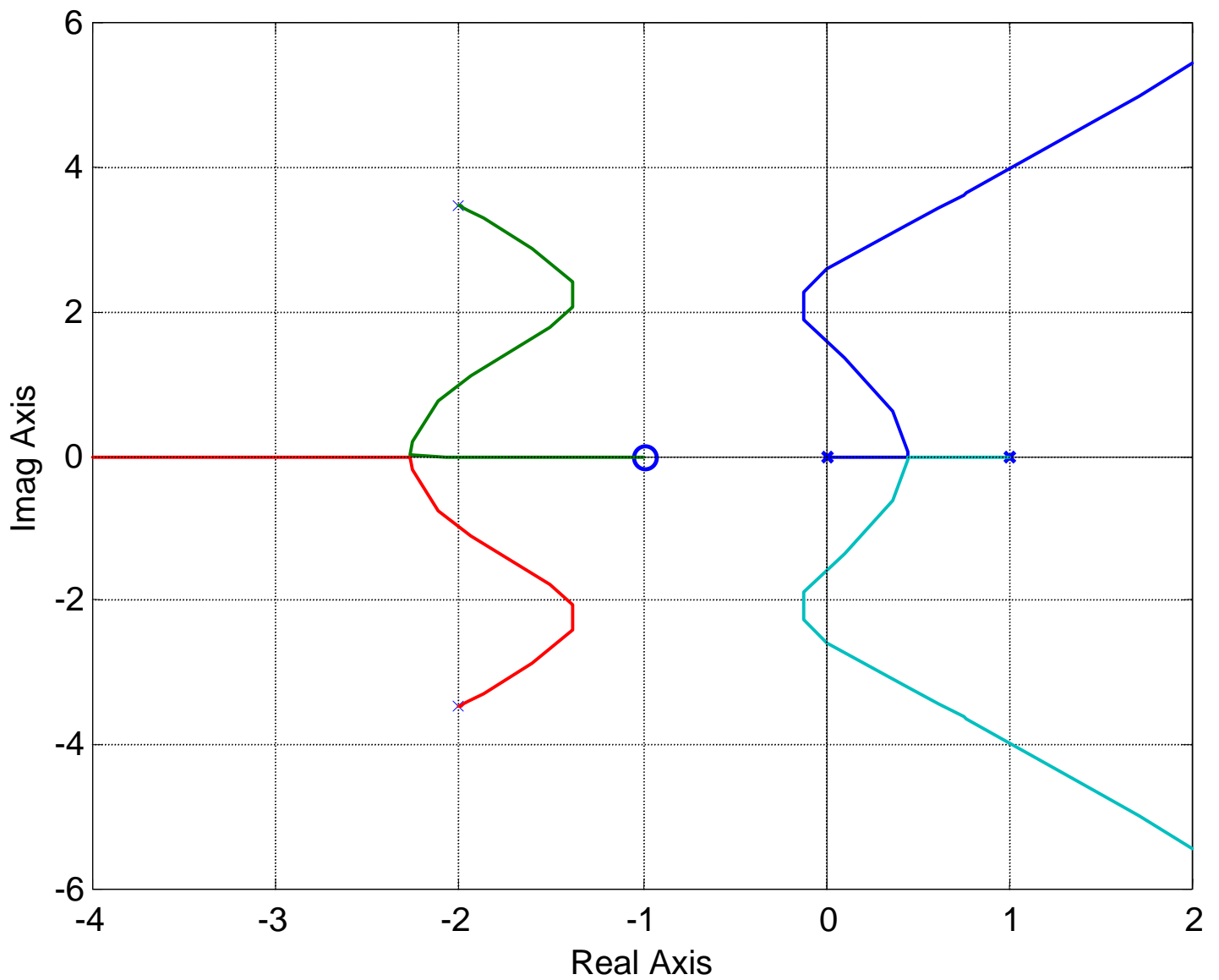
## Exemple 4

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(s+3.6)}$$



## Exemple 4

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(s+3.6)}$$

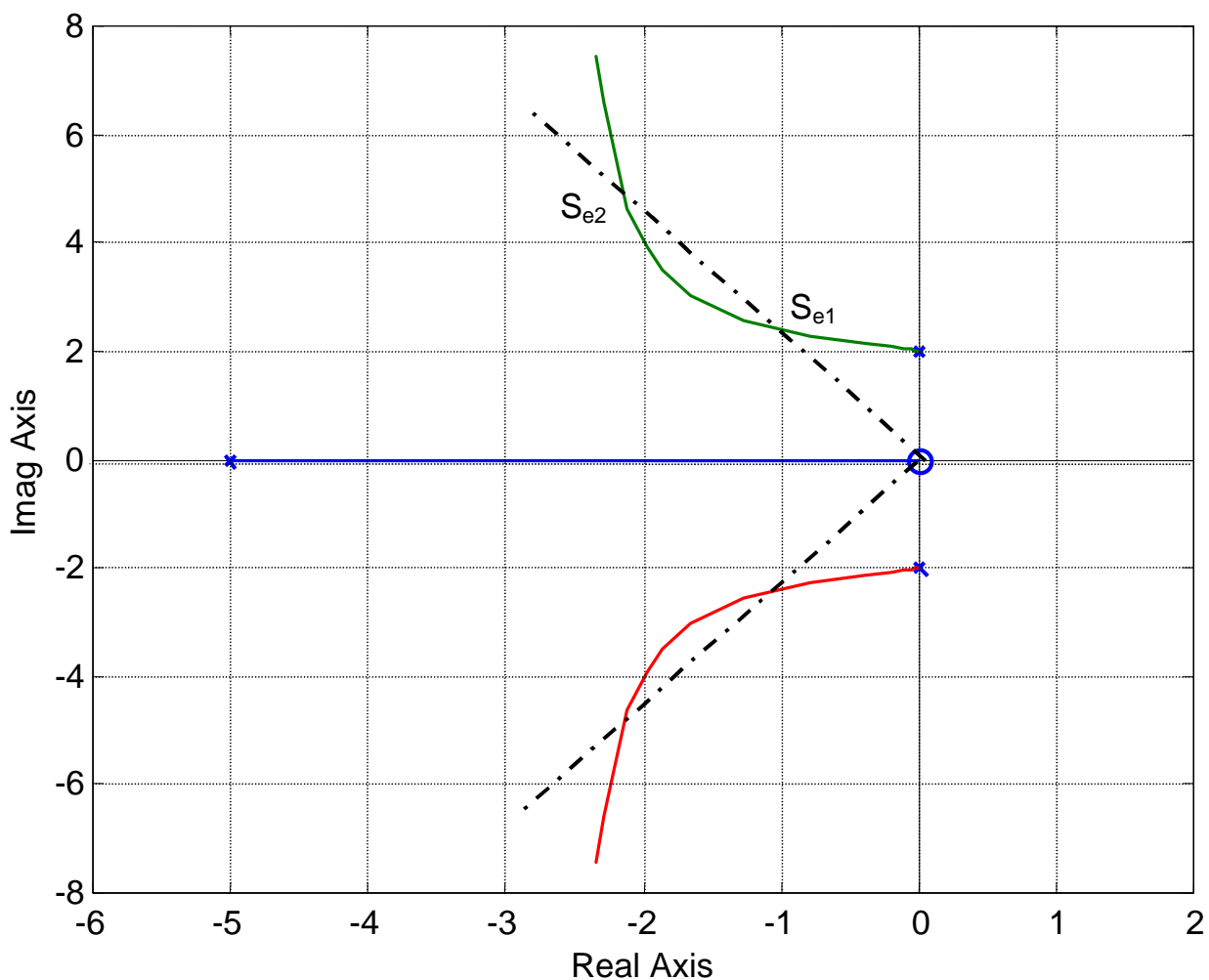


## El lloc de les arrels. Casos especials

Paràmetre a variar no situat en la posició típica.

$$G(s) = \frac{20}{s(s+1)(s+4) + 20Ks} \quad G'(s) = \frac{As}{s^3 + 5s^2 + 4s + 20}$$

amb  $A = 20K$



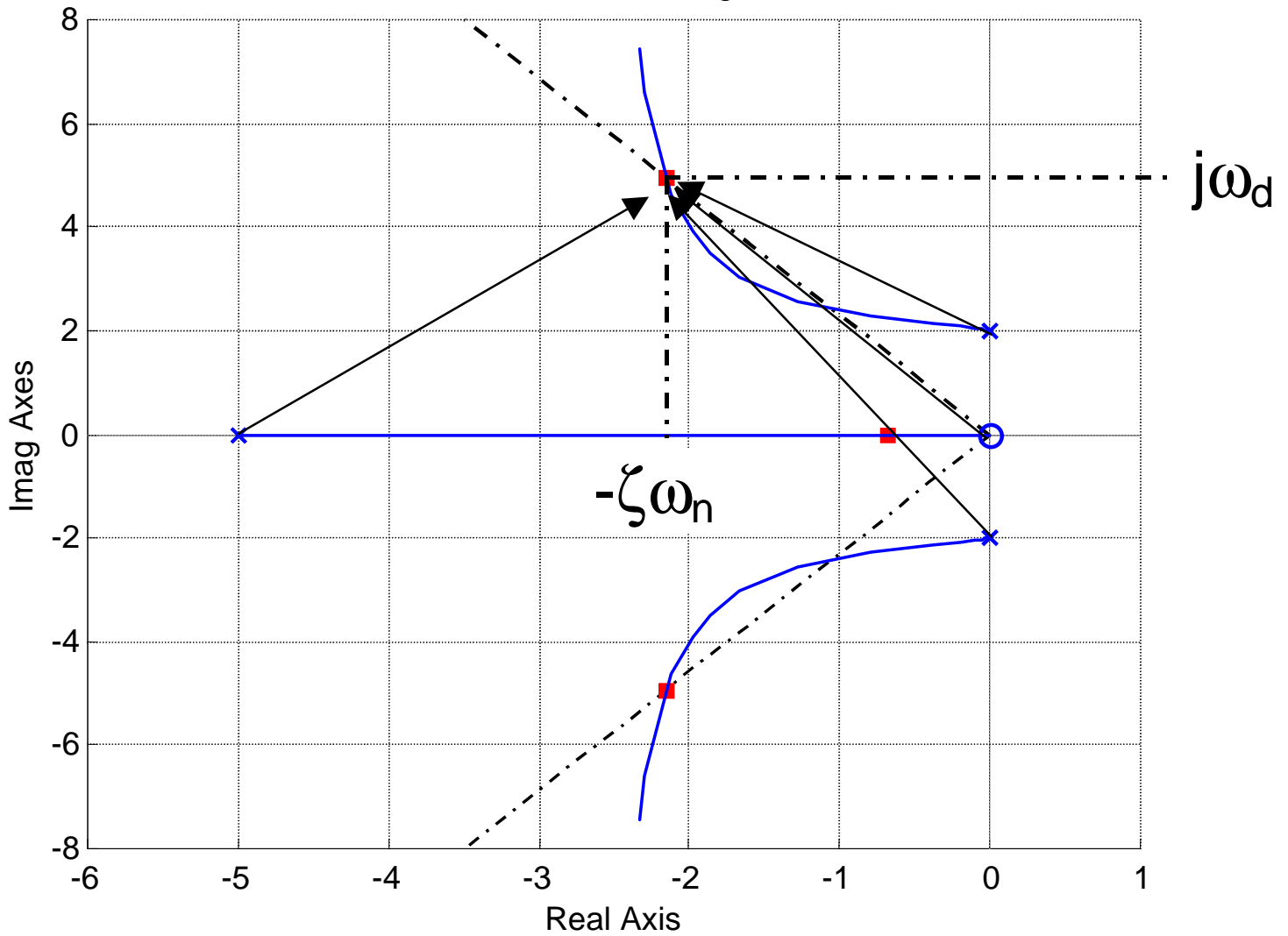
$$\varphi = \text{Arcos}(\zeta) = \text{Arcos}(0.4) = 66.42^\circ$$

$$S_{e1} = -1.05 \pm 2.4j$$

$$S_{e2} = -2.16 \pm 5j$$

# Càlcul de la A

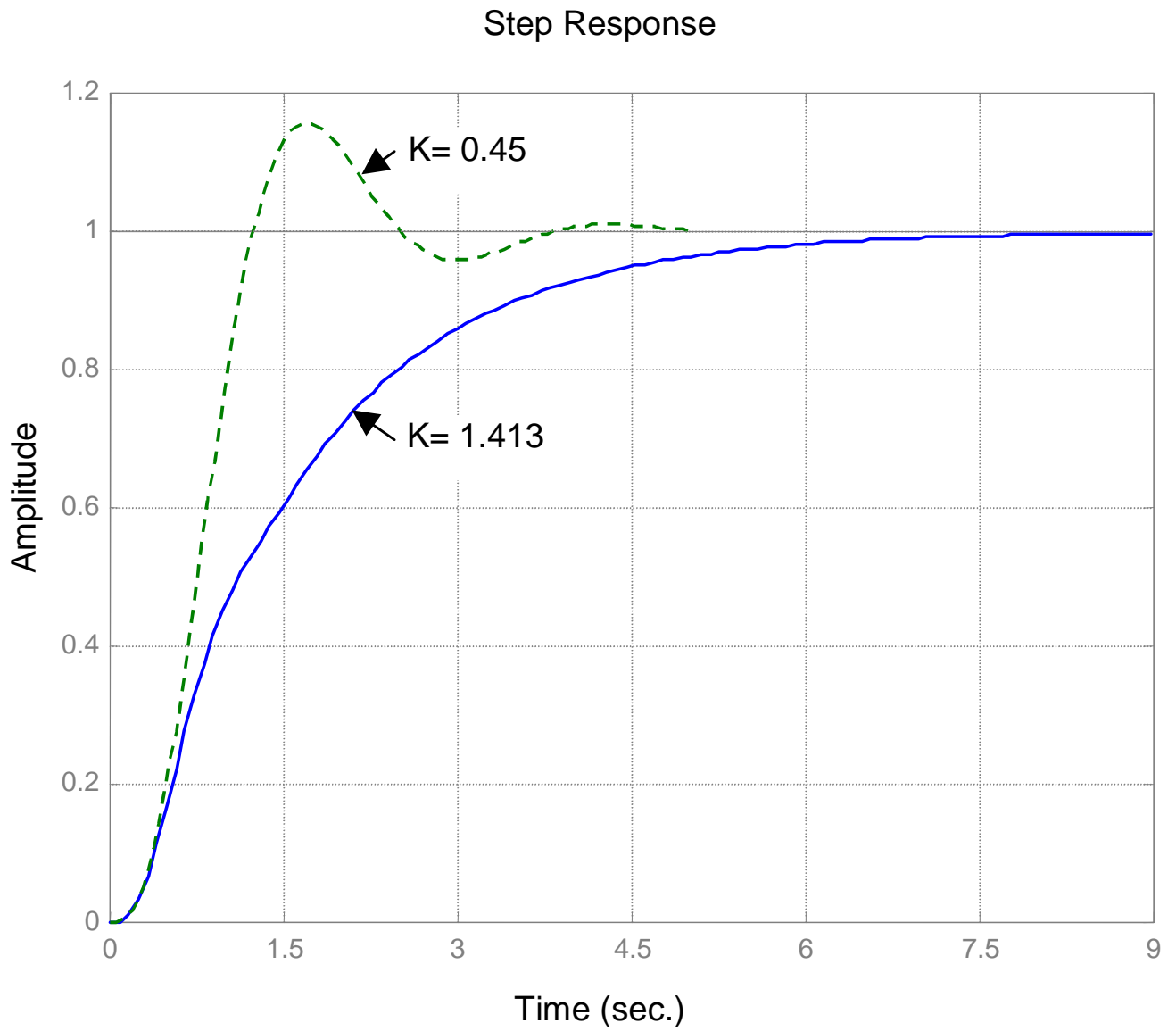
## Root Locus Design



$$|A| = \frac{|s+5||s^2+4|}{|s|} \left\{ \begin{array}{l} |A| = 28.26 \text{ per } S_{e1} \text{ (K=1.413)} \\ |A| = 9 \text{ per } S_{e2} \text{ (K=0.45)} \end{array} \right.$$

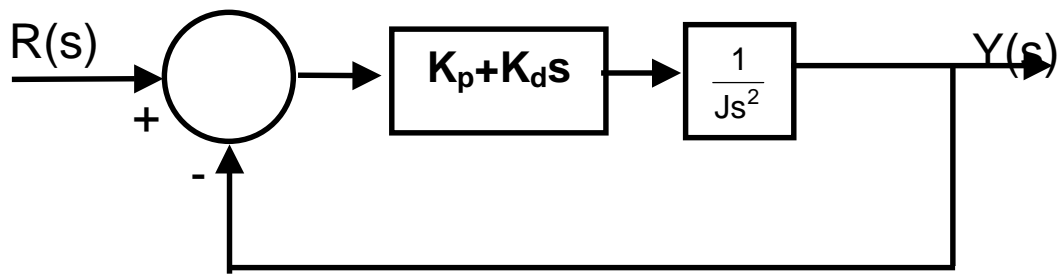


## Resposta al graó unitari



# Aplicació del lloc de les arrels al disseny de controladors

## Exemple



$$J=0.8 \text{ m}^2/\text{Kg}$$

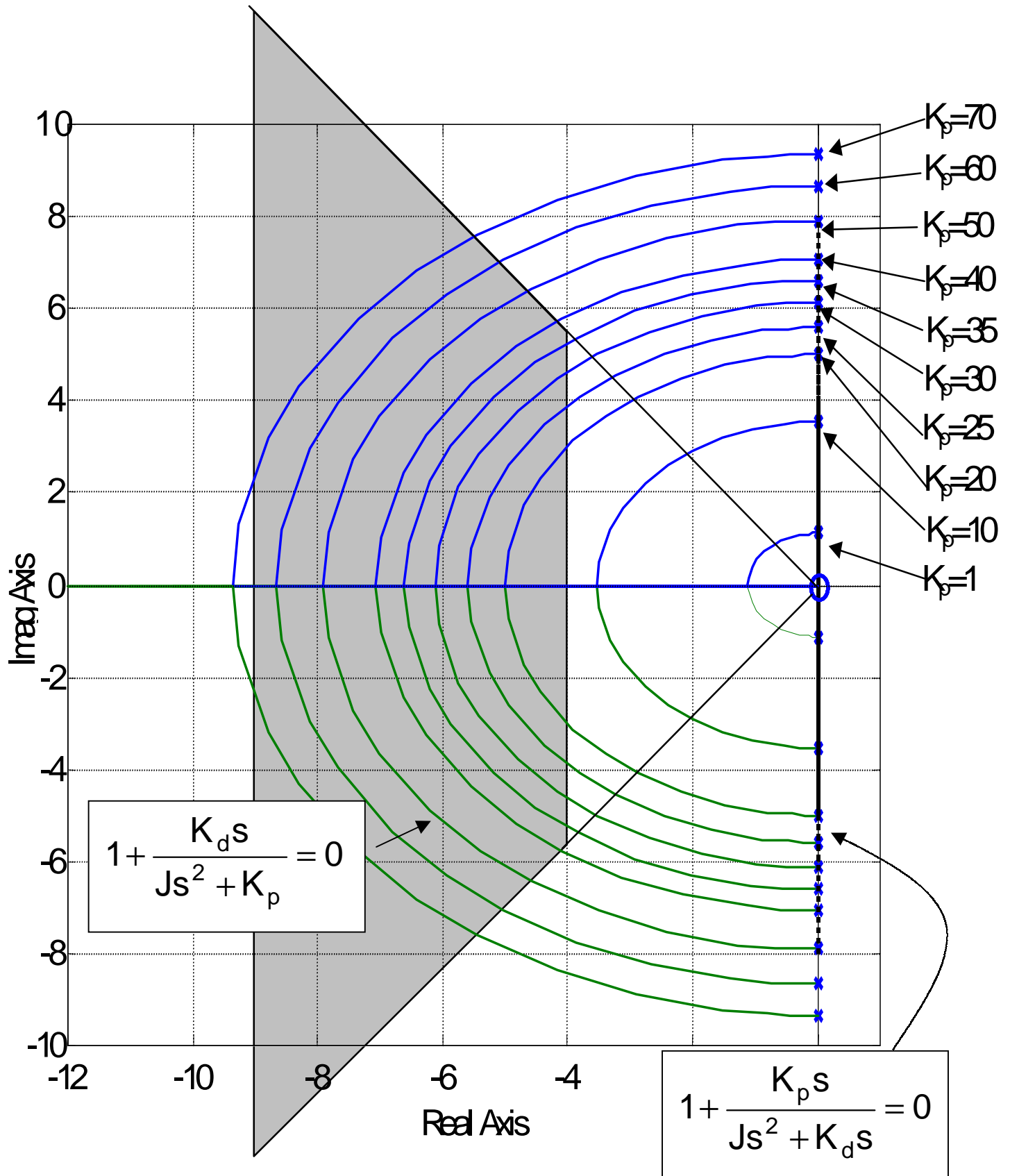
Especificacions

$$t_{s\pm 2\%} \leq 1, SP \leq 10\%$$

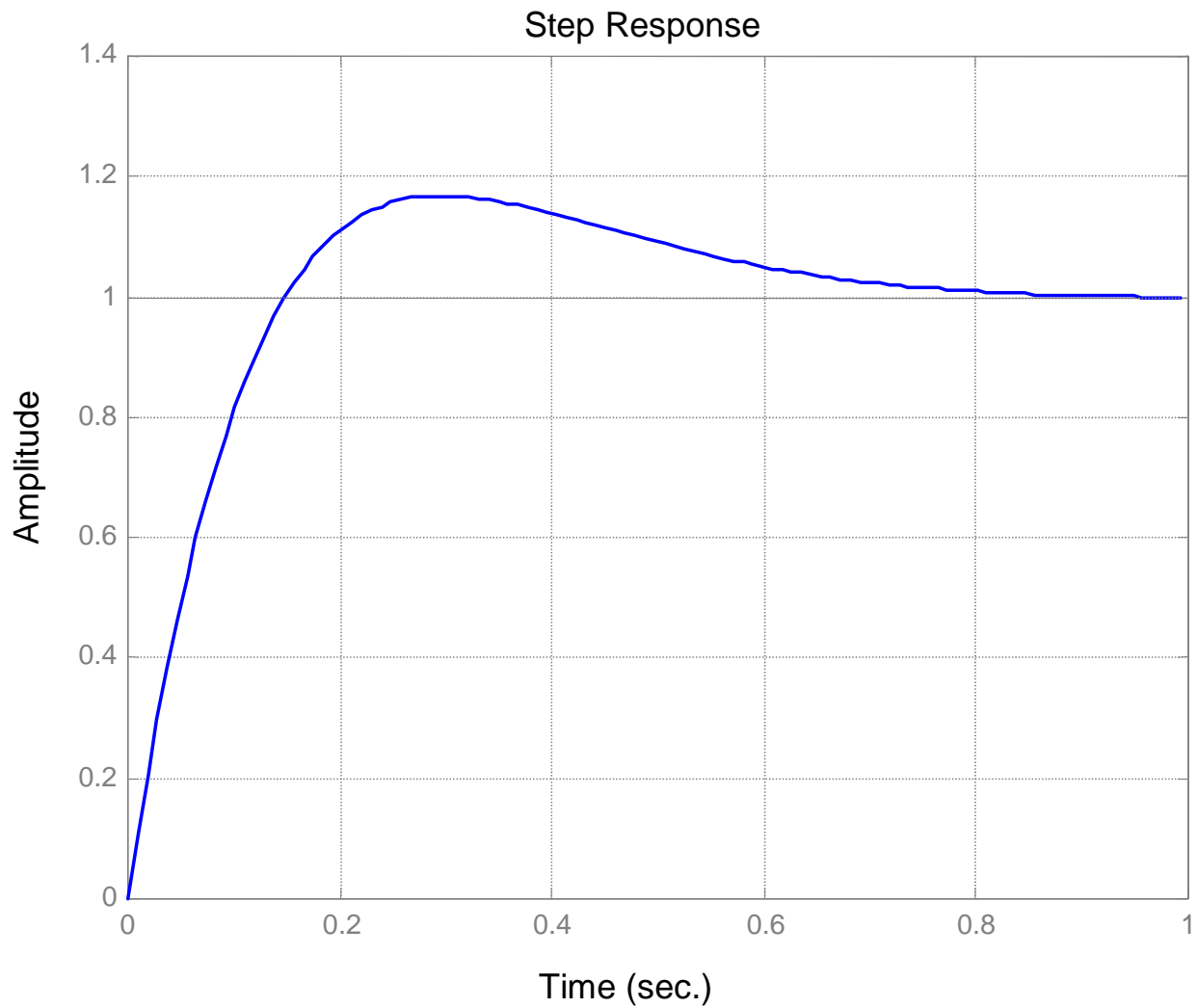
$$M(s) = \frac{K_p + K_d s}{Js^2 + K_d s + K_p}$$

$$Js^2 + K_d s + K_p = 0 \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{K_d s}{Js^2 + K_p} = 0 \\ 1 + \frac{K_p s}{Js^2 + K_d s} = 0 \end{array} \right.$$

## Disseny amb el contorn de les arrels

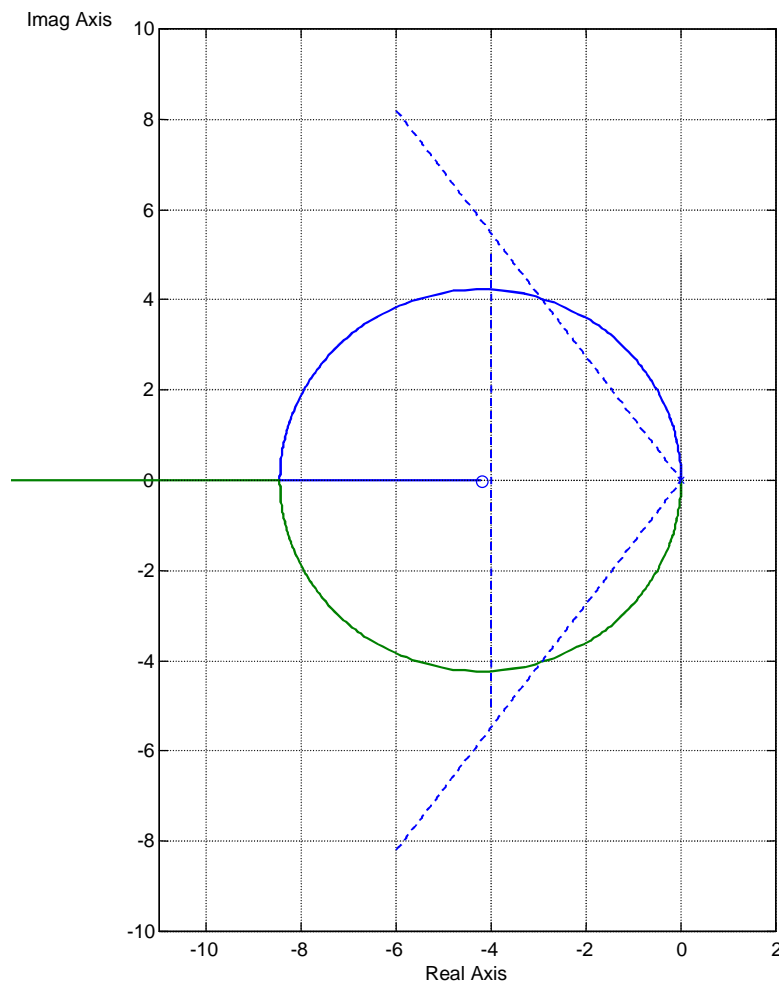


## Resposta al graó per $K_p=40.6$ i $K_d=9.6$



Surt amb més sobrepic de l'esperat degut a la presència del zero.

# Disseny alternatiu del PD



Lloc de les arrels amb:

$$G_C(s) = K(s + z) = 9.6(s + 4.23)$$

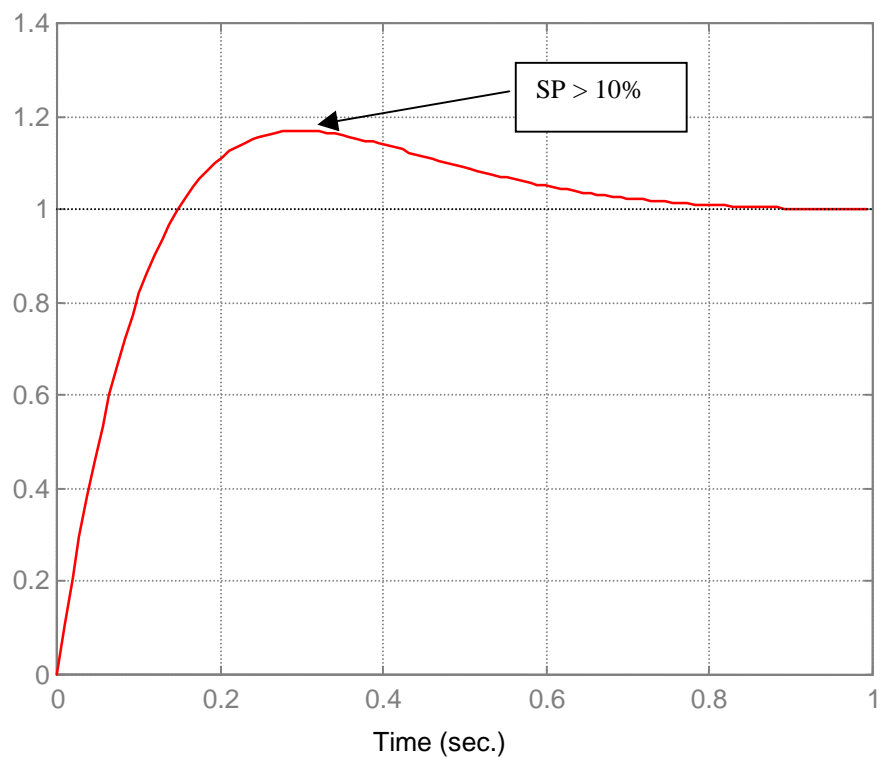
$$G(s) = \frac{1}{0.8s^2}$$

$$K_p = K.z = 40.6$$

$$K_d = 9.6$$

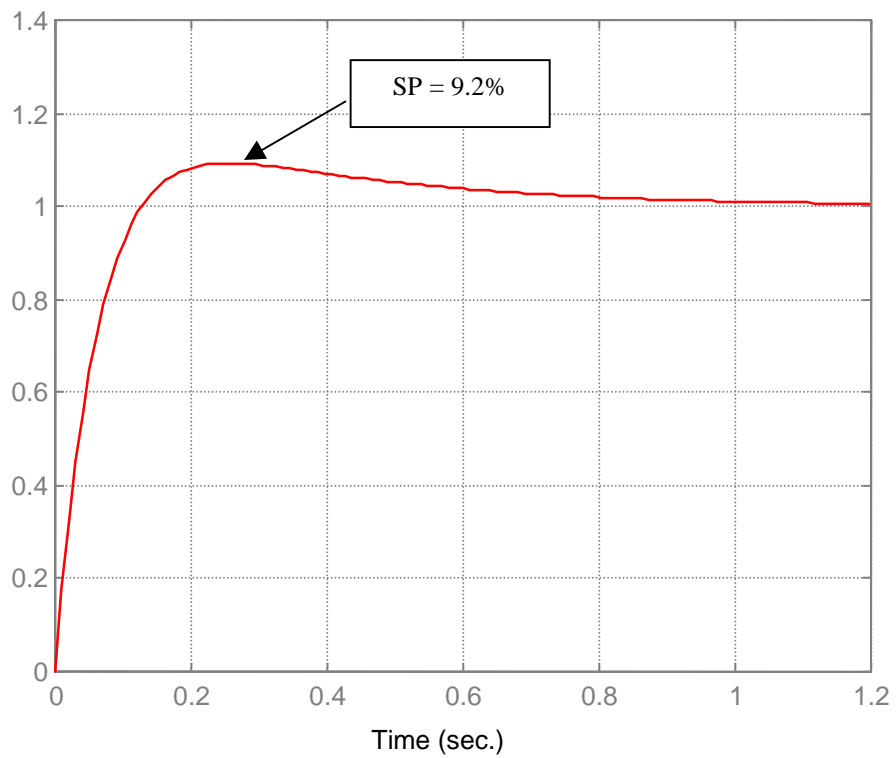
Amplitude

Step Response



Amplitude

Step Response

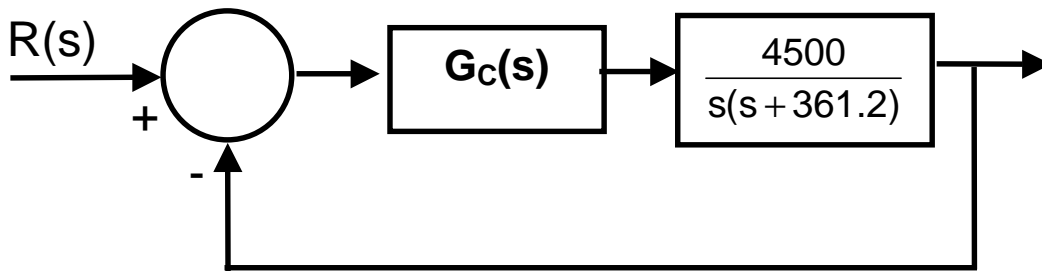


Resposta reajustant valors: (augmentem Kd per a disminuir el sobrepic, Kp queda igual)

**K=15, z=2.7**

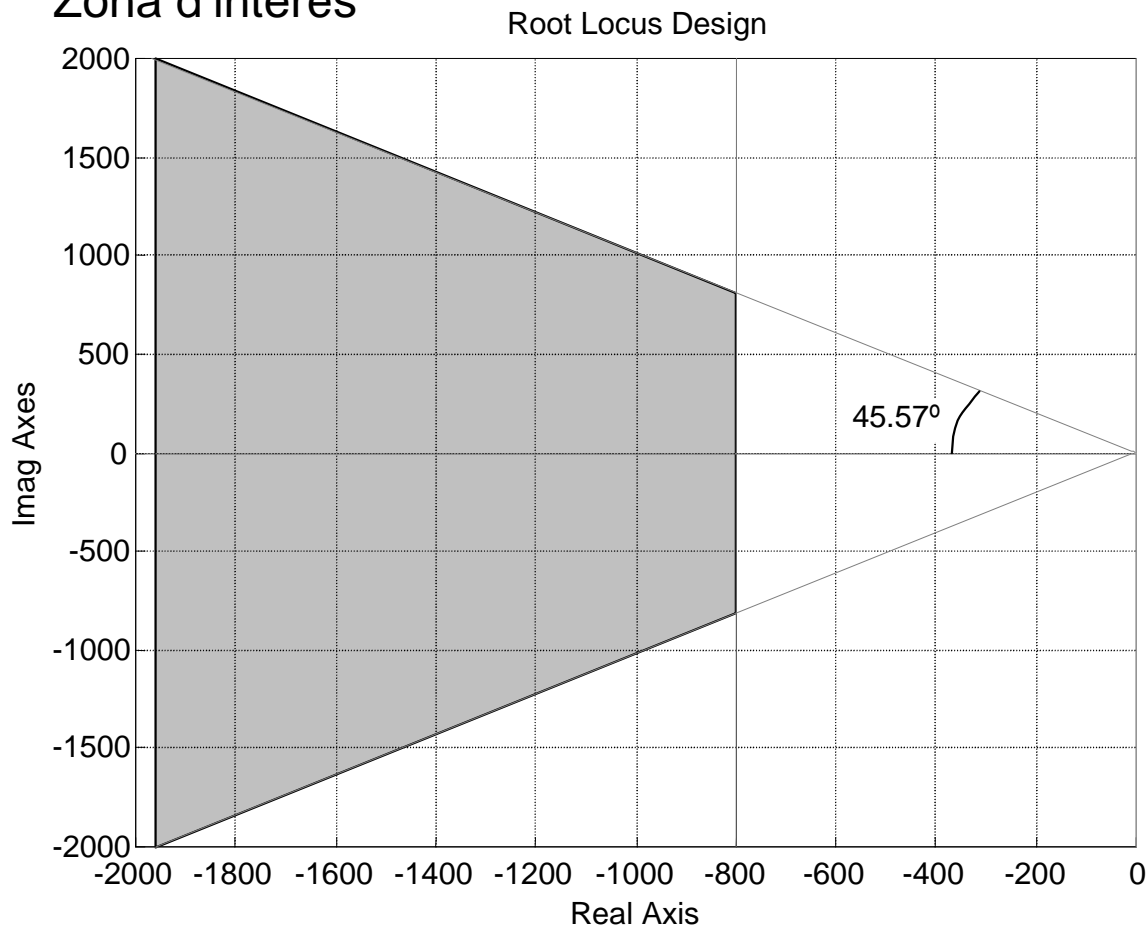
**Kp = 40.6   Kd = 15**

## Exemple. Disseny de diferents controladors per al sistema donat



Especificacions  $t_{s\pm 2\%} \leq 0.005$ ,  $SP \leq 5\%$

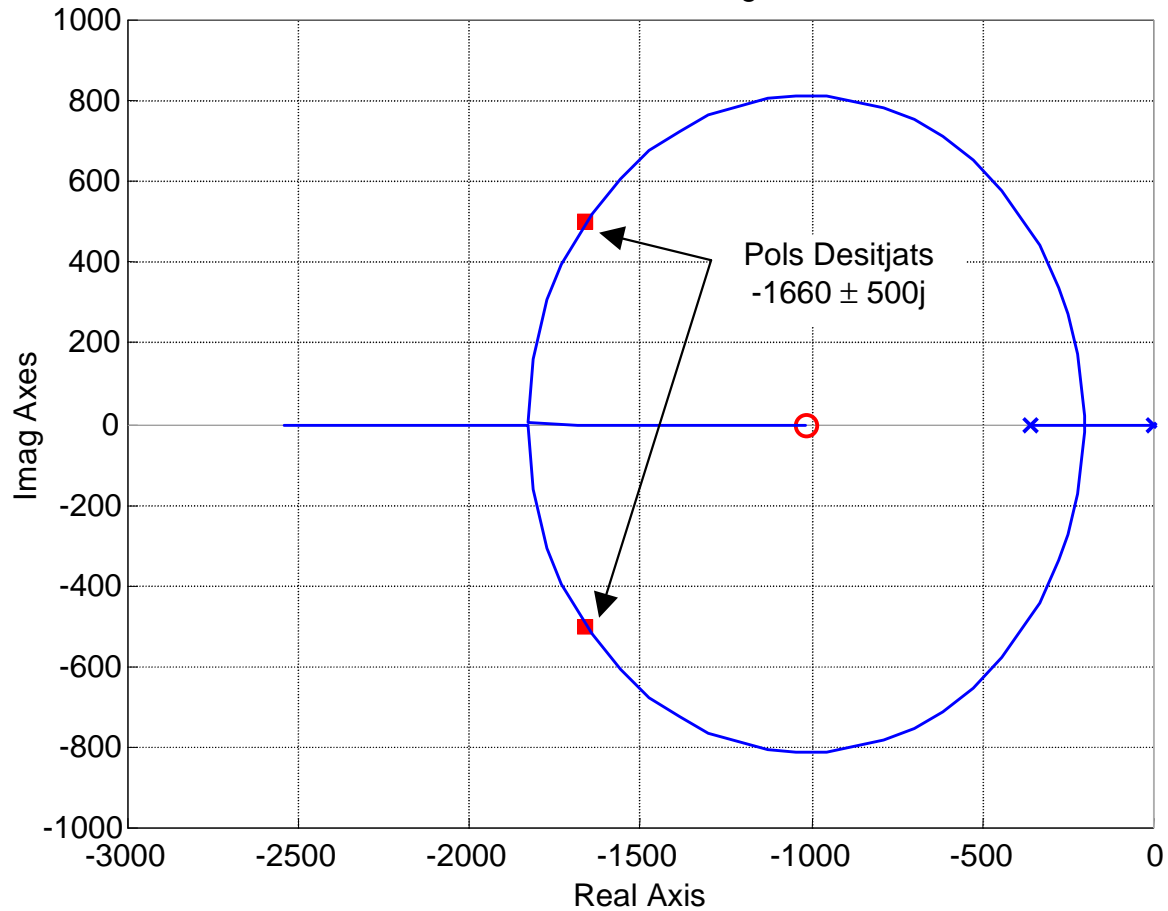
Zona d'interès



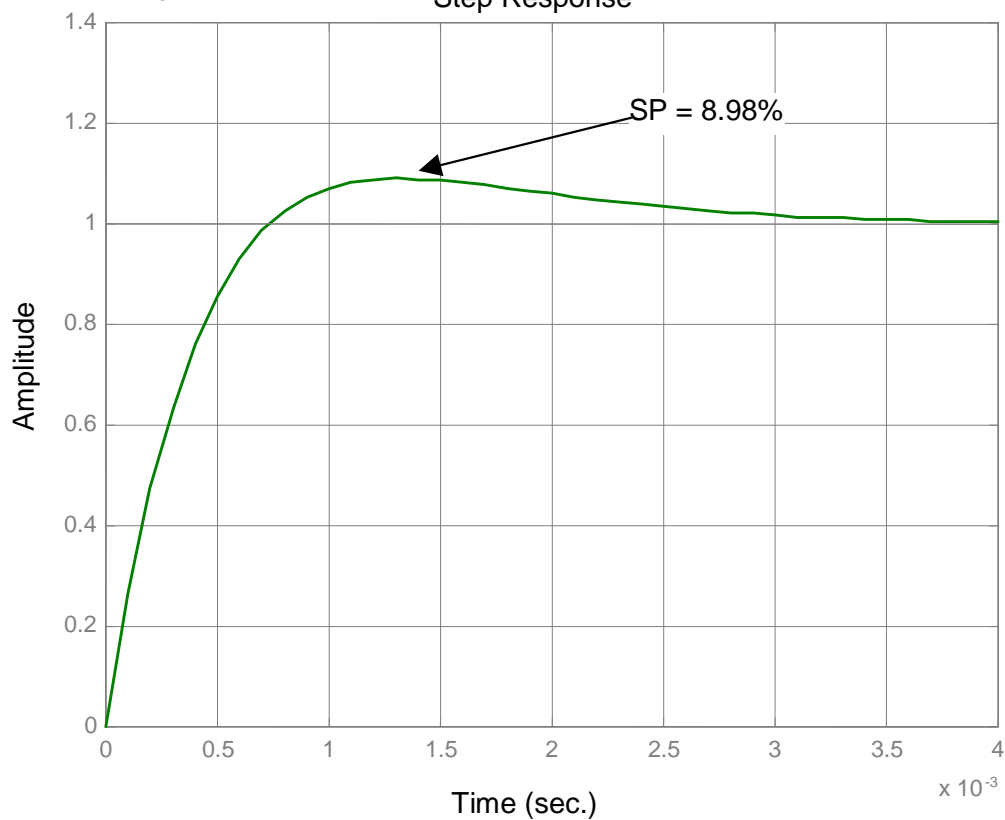
**Pol seleccionat:  $S_e = -1660 + 500j$**

Lloc de les arrels del sistema  $\frac{4500}{s(s+361.2)}$ , prenent com a controlador un PD amb  $GC(s)=K(s+z)=0.6577(s+1016.1)$ , implicant  $K_p=668.21$  i  $K_d=0.6577$

Root Locus Design



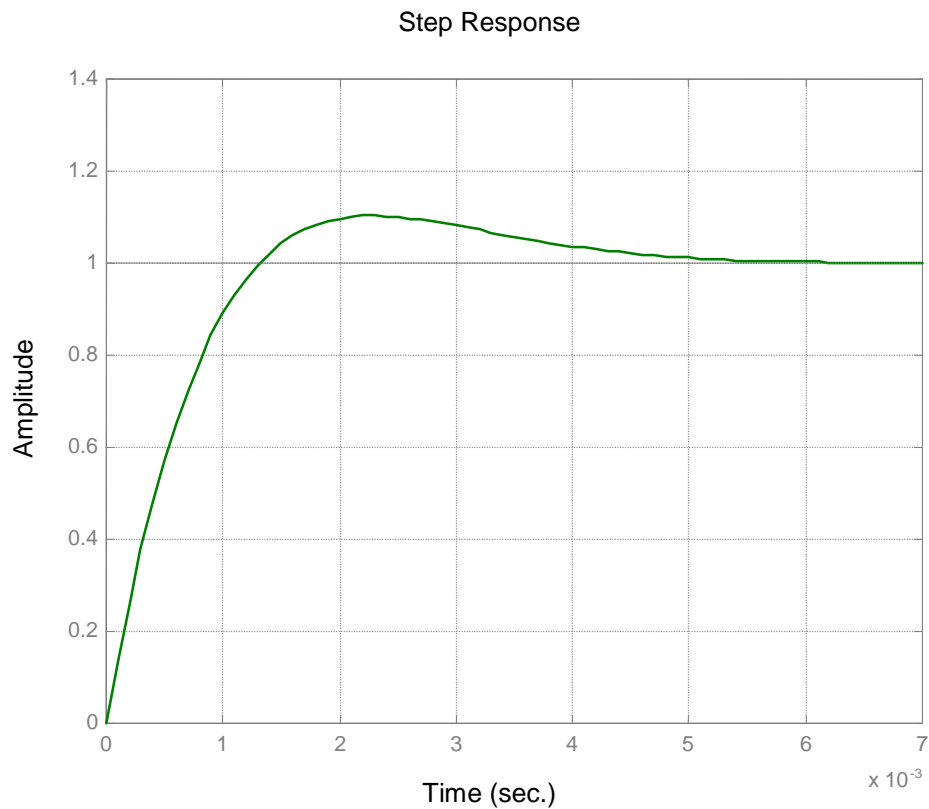
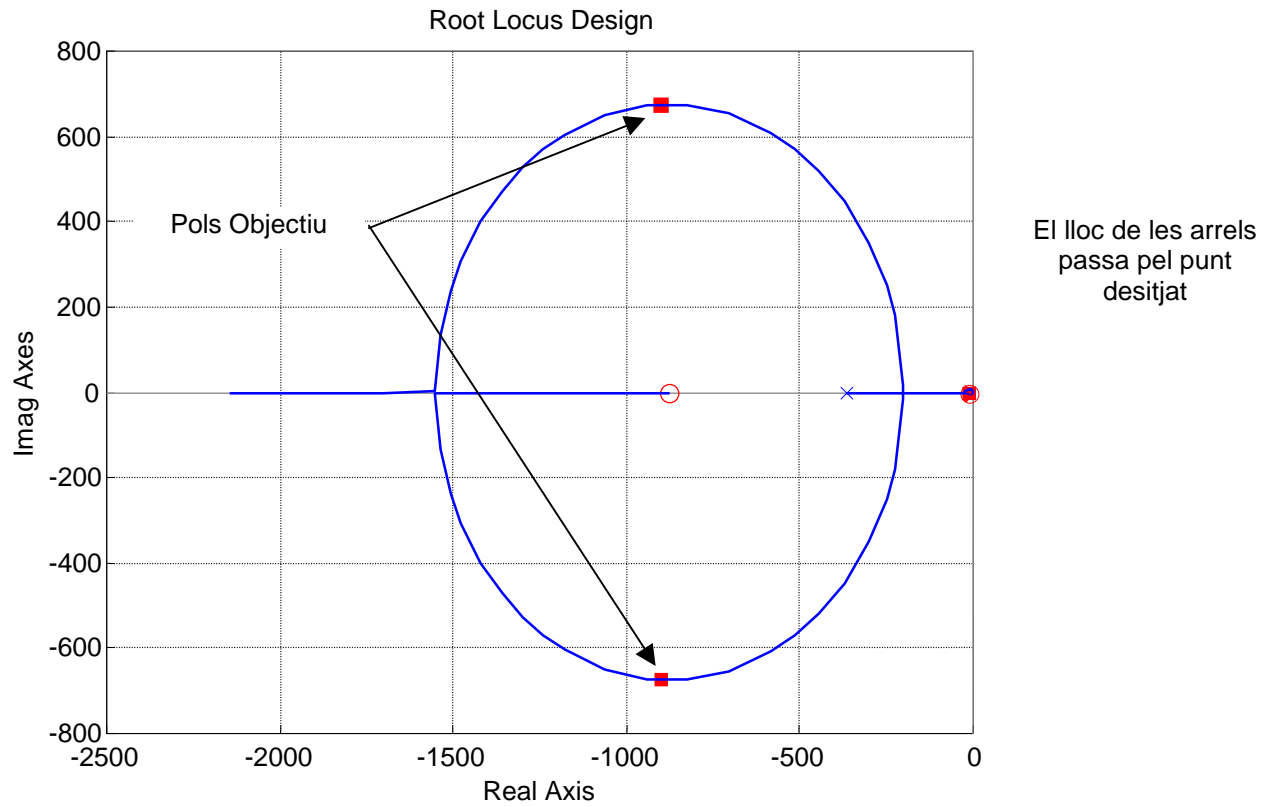
Resposta al graó  $G(s)+G_C(s)$  Step Response





Lloc de les arrels del sistema  $\frac{4500}{s(s+361.2)}$ , amb un controlador PID amb

$$G_C(s) = K(s + z_1) \frac{(s + z_2)}{s}, \text{ amb } K=0.322, Z_1=876 \text{ i } Z_2=10$$



Lloc de les arrels del sistema  $\frac{4500}{s(s+361.2)}$ , amb un controlador PID amb zero doble a  $Z=549.66$   $G_C(s) = K \frac{(s+z)^2}{s}$ , amb  $K=0.42$

