

Nom i cognoms:.....

PROVA DE PROBLEMES

Temps 2h 15m. Obtenint 3 o més punts sobre 10, la prova puntuarà el 50% del total de l'examen. La puntuació està posada al costat de cada exercici. Cal fer cada problema en fulls a part. Les notes es publicaran a partir del dia 22. La revisió de l'examen es farà el dia 24 a les 12.

1.- ÀLGEBRA DE BOOLE. (2 Punts).

a.- Simplifiqueu de forma algebraica la següent funció (1 Punt):

$$f(a, b, c, d) = ((c + d)' (a'c + bc) (a + c) (a + b + c))'$$

$$\begin{aligned} f(a, b, c, d) &= ((c + d)' (a'c + bc) (a + c) (a + b + c))' && \text{[de Morgan]} \\ &= (c + d)' + (a'c + bc)' + (a + c)' + (a + b + c)' && \text{[de Morgan]} \\ &= c'd + (a'c)' (bc)' + a'c' + a'b'c' && \text{[de Morgan]} \\ &= c'd + (a + c') (b' + c') + a'c' + a'b'c' && \text{[Distributiva]} \\ &= c'd + ab' + ac' + c'b' + c'e' + a'c' + a'b'c' && \text{[Idempotència]} \\ &= c'd + ab' + ac' + c'b' + c' + a'c' + a'b'c' && \text{[Commutativa]} \\ &= c'd + ab' + c'a + c'b' + c' + c'a' + c'a'b' && \text{[Commutativa]} \\ &= c' + c'd + c'a + c'b' + c'a' + c'a'b' + ab' && \text{[Simplificació Teoremes]} \\ &= c' + c'a + c'b' + c'a' + c'a'b' + ab' && \text{[Simplificació Teoremes]} \\ &= c' + c'b' + c'a' + c'a'b' + ab' && \text{[Simplificació Teoremes]} \\ &= c' + c'a' + c'a'b' + ab' && \text{[Simplificació Teoremes]} \\ &= c' + c'a'b' + ab' && \text{[Simplificació Teoremes]} \\ &= c' + ab' && \end{aligned}$$

b.- Escriviu en format numèric de Màxterms la funció (1 Punt):

$$f(a, b, c, d) = (ac' + d'c)' (a'bc)'$$

$$\begin{aligned} f(a, b, c, d) &= (ac' + d'c)' (a'bc)' && \text{[de Morgan]} \\ &= ((ac' + d'c) + (a'bc))' && \text{[Associativa]} \\ &= (ac' + d'c' + a'bc)' && \text{[Commutativa]} \\ &= (ac' + c'd' + a'bc)' && \end{aligned}$$

$$f'(a, b, c, d) = ac' + c'd' + a'bc$$

A partir de la funció negada f'(a, b, c, d) se'n poden treure els Màxterms de la taula de veritat: són els que donen 1. La taula de la veritat es pot construir tenint en compte els termes de la suma anterior:

	abcd	f'	Termes		abcd	f'	Termes
0	0000	1	c'd'	8	1000	1	ac', c'd'
1	0001	0		9	1001	1	ac'
2	0010	0		10	1010	0	
3	0011	0		11	1011	0	
4	0100	1	c'd'	12	1100	1	ac', c'd'
5	0101	0		13	1101	1	ac'
6	0110	1	a'bc	14	1110	0	
7	0111	1	a'bc	15	1111	0	

Per estalviar calcular les variables i com que l'enunciat no diu res, escriurem els Màxterms en format numèric:

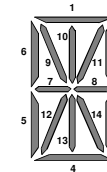
$$f(a, b, c, d) = \Pi_4(0, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 13)$$

2.- SISTEMES COMBINACIONALS. Display ASCII – 14 Segments. (4 Punts).

Estem treballant en una empresa que fabrica ràdios per cotxes. El nou model de ràdio ha de disposar d'un display de 10 dígit de 14 segments per poder mostrar els noms de les emissores de ràdio.

El display de 14 segments, és més modern que el de 7 segments. Els primers 6 segments són compatibles amb el display de 7 segments. El setè segment del 7 segments, es divideix en 2 (el 7 i el 8) en el de 14 segments. A més a més, el display de 14 segments, disposa de 6 segments més per poder generar molts més caràcters que el seu antecessor. El display de 14 segments té el següent aspecte:

Display de 14 segments:



Per tal de representar caràcters al display es vol utilitzar el codi ASCII, és a dir, per codificar cada un dels caràcters que cal dibuixar, s'utilitza el codi que té cada un a la taula ASCII de 7 bits. La nostra feina és dissenyar un sistema combinacional (com ho és el BCD-7 Segments pel display de 7 segments) per poder representar el codi ASCII de 7 bits. En el nostre cas, només ens han demanat representar els caràcters des de l' "@" a la lletra "O", per tant, s'han d'ignorar els 3 bits de més pes ja que no varien. Amb la següent part de la taula ASCII en fem prou per poder resoldre el problema plantejat:

Decimal	Binari	Caràcter	Display	Decimal	Binari	Caràcter	Display
...	72	1001000	H	H
64	1000000	@	@	73	1001001	I	I
65	1000001	A	A	74	1001010	J	J
66	1000010	B	B	75	1001011	K	K
67	1000011	C	C	76	1001100	L	L
68	1000100	D	D	77	1001101	M	M
69	1000101	E	E	78	1001110	N	N
70	1000110	F	F	79	1001111	O	O
71	1000111	G	G

a.- Feu la taula de la veritat de les funcions pels segments 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 i 14 pels caràcters que apareixen a la taula anterior (anonameu-les F_7, F_8, \dots, F_{14}). (0,5 Punts).

Tal i com diu l'enunciat, cal escollir només els 4 bits menys pes del codi que, a més a més, s'enumeren de 0 a 15. Els altres 3 bits (de més pes) estan sempre fixats a 100. S'enumeren els 4 bits de menys pes (que seran les variables d'entrada) de **a** fins a **d** de més a menys pes respectivament. Per tant, les vuit funcions seràn:

$$F_i(a, b, c, d); i \in \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$$

	Codi	Caràcter	abcd	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}
0	64	Q	0000	0	1	0	1	0	0	0	0
1	65	R	0001	1	1	0	0	0	0	0	0
2	66	B	0010	0	1	0	1	0	0	1	0
3	67	C	0011	0	0	0	0	0	0	0	0
4	68	D	0100	0	0	0	1	0	0	1	0
5	69	E	0101	1	1	0	0	0	0	0	0
6	70	F	0110	1	1	0	0	0	0	0	0
7	71	G	0111	0	0	0	0	0	0	0	1
8	72	H	1000	1	1	0	0	0	0	0	0
9	73	I	1001	0	0	0	1	0	0	1	0
10	74	J	1010	0	0	0	0	0	0	0	0
11	75	K	1011	1	1	0	0	1	0	0	0
12	76	L	1100	0	0	0	0	0	0	0	0
13	77	M	1101	0	0	1	0	1	0	0	0
14	78	N	1110	0	0	1	0	0	0	0	1
15	79	O	1111	0	0	0	0	0	0	0	0

b.- Simplifiqueu les funcions F_7, F_8 i F_{10} per Karnaugh. (0.75 Punts).

Funció F_7 :

$c d \backslash a b$	00	01	11	10
00	0	4	12	1 8
01	1 1	1 5	13	9
11	3	7	15	1 11
10	2	1 6	14	10

$$F_7(a, b, c, d) = a'c'd + ab'c'd' + ab'cd + a'bcd'$$

Funció F_8 :

$c d \backslash a b$	00	01	11	10
00	1	4	12	1 8
01	1 1	1 5	13	9
11	3	7	15	1 11
10	1 2	1 6	14	10

$$F_8(a, b, c, d) = b'c'd' + a'c'd + a'cd' + ab'cd$$

Funció F_{10} :

$c d \backslash a b$	00	01	11	10
00	1 6	1	12	8
01	1	5	13	1 9
11	3	7	15	11
10	1 2	6	14	10

$$F_{10}(a, b, c, d) = a'c'd' + a'b'd' + ab'c'd$$

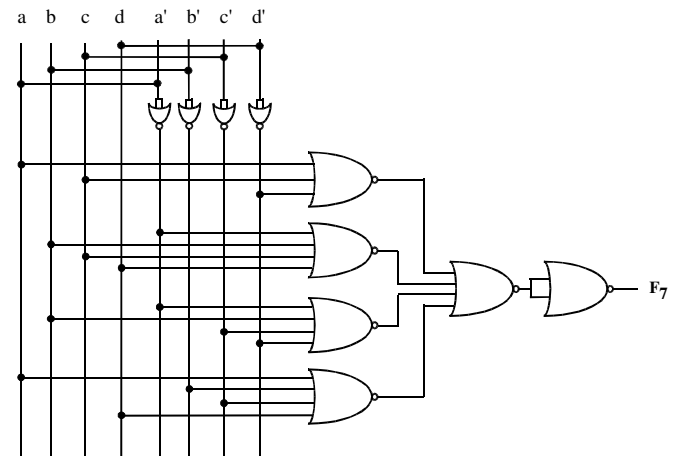
c.- Implementeu les funcions F_7, F_8 amb portes NOR. (0,5 Punts).

Funció F_7 :

$$F_7(a, b, c, d) = a'c'd + ab'c'd' + ab'cd + a'bcd'$$

$$\begin{aligned} F_7(a, b, c, d) &= a'c'd + ab'c'd' + ab'cd + a'bcd' = \\ &= (a'c'd)'' + (ab'c'd')'' + (ab'cd)'' + (a'bcd')'' = \\ &= (a + c + d)' + (a' + b + c + d)' + (a' + b + c' + d)' + (a + b' + c' + d)' = \\ &= ((a + c + d)' + (a' + b + c + d)' + (a' + b + c' + d)' + (a + b' + c' + d)')'' \end{aligned}$$

[Involució]
[de Morgan]
[Involució]

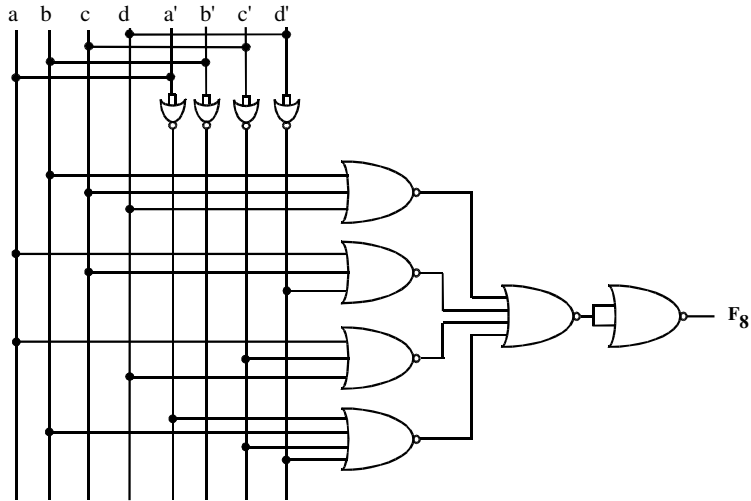


Funció F₈:

$$F_8(a, b, c, d) = b'c'd' + a'c'd + a'cd' + ab'cd$$

$$\begin{aligned} F_8(a, b, c, d) &= b'c'd' + a'c'd + a'cd' + ab'cd = \\ &= (b'c'd')'' + (a'c'd)'' + (a'cd')'' + (ab'cd)'' = \\ &= (b + c + d)' + (a + c + d)' + (a + c' + d)' + (a' + b + c' + d')' = \\ &= ((b + c + d)' + (a + c + d)' + (a + c' + d)' + (a' + b + c' + d')')'' \end{aligned}$$

[Involució]
[de Morgan]
[Involució]



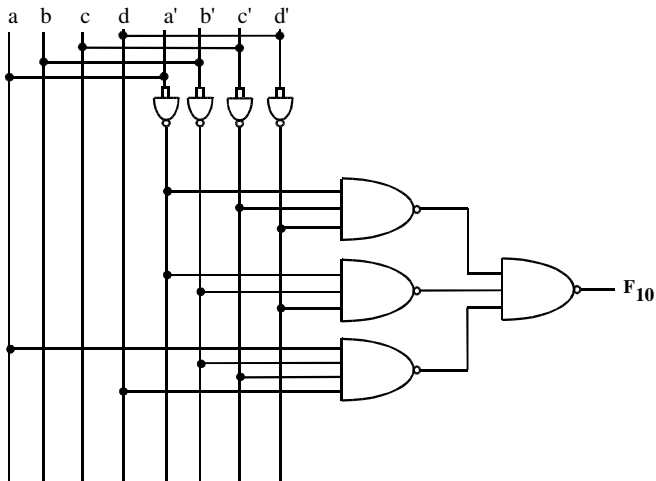
d.- Implementeu la funció F₁₀ amb portes NAND. (0,5 Punts).

Funció F₁₀:

$$F_{10}(a, b, c, d) = a'c'd' + a'b'd' + ab'c'd$$

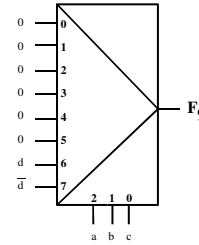
$$\begin{aligned} F_{10}(a, b, c, d) &= a'c'd' + a'b'd' + ab'c'd = \\ &= (a'c'd' + a'b'd' + ab'c'd)'' = \\ &= ((a'c'd')' (a'b'd')' (ab'c'd)')' \end{aligned}$$

[Involució]
[de Morgan]

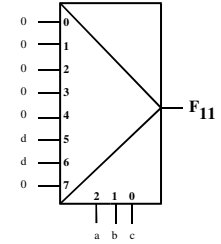


e.- Implementeu les funcions F₉ i F₁₁ amb dos multiplexors de 8 canals (un per funció). (0,75 Punts).

Funció F₉:

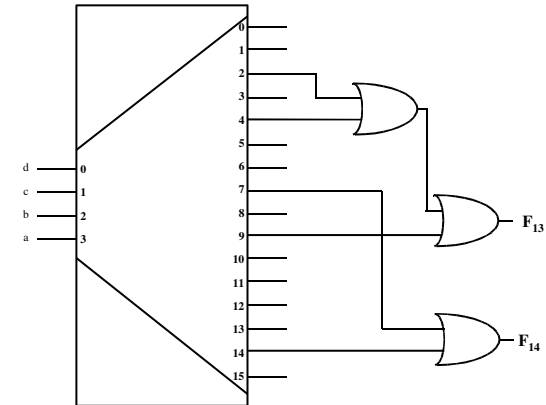


Funció F₁₁:



f.- Implementeu les funcions F₁₃ i F₁₄ amb un descodificador 4:16 i l'ajuda de portes OR de dues entrades. (1 Punt).

Funcions F₁₃ i F₁₄:



3.- SISTEMES SEQÜENCIALS. El semàfor del meu poble. (4 Punts).

Al poble hi ha només un semàfor que es fa servir bàsicament per deixar travessar la carretera general als vianants. Consisteix en un semàfor de 3 llums (vermell, groc i verd) pels vehicles que circulen per la carretera principal, i un semàfor pels vianants de 2 llums (vermell i verd) que permet travessar aquesta via pel pas de zebra.

Dissenyeu el sistema seqüencial per poder fer funcionar aquest model de semàfors de la següent manera:

Durant 30 segons el semàfor dels vehicles està en verd (mentre que el semàfor dels vianants està en vermell), a continuació durant 10 segons el semàfor dels vehicles està en groc (mentre el semàfor dels vianants continua en vermell) i finalment durant 20 segons el semàfor dels vehicles es posa en vermell (mentre el semàfor dels vianants es posa en verd). Aquesta seqüència es va repetint mentre **no es polsi** el botó mitjançant el qual els vianants demanen pas específicament (polsador = 0).

En el cas que es polsi el botó de pas de vianants (polsador = 1), el sistema ha de funcionar d'una altra manera que dóna prioritat a la demanda de pas dels vianants:

- Si el semàfor dels vehicles està verd, es posarà en groc durant 10 segons (semàfor de vianants en vermell), i després es posarà vermell durant 20 segons (semàfor de vianants en verd).
- Si el semàfor dels vehicles està groc, quan hagin passat els 10 segons corresponents al groc (on el semàfor de vianants ha d'estar en vermell), es posarà vermell durant 20 segons (semàfor de vianants en verd).
- Si el semàfor de vehicles està en vermell (el de vianants en verd) continuarà en aquest estat com a mínim 20 segons i fins que el botó de pas deixi d'estar polsat.

Es pot suposar que:

- El sistema disposa d'un senyal de rellotge d'un període de 10 segons.
- Quan es polsa el botó de pas de vianants, aquest queda activat durant 10 segons per tant, no cal preocupar-se de si en un canvi d'estat (flanc de pujada o baixada del rellotge) el sistema veurà o no que s'ha polsat el botó. En el canvi d'estat cal considerar que el sistema sempre té l'entrada correcte: un 0 si no s'ha polsat el botó i 1 si s'ha polsat.

El sistema s'ha d'implementar utilitzat biestables del tipus D.

NOTA: S'han de justificar adequadament les respostes.

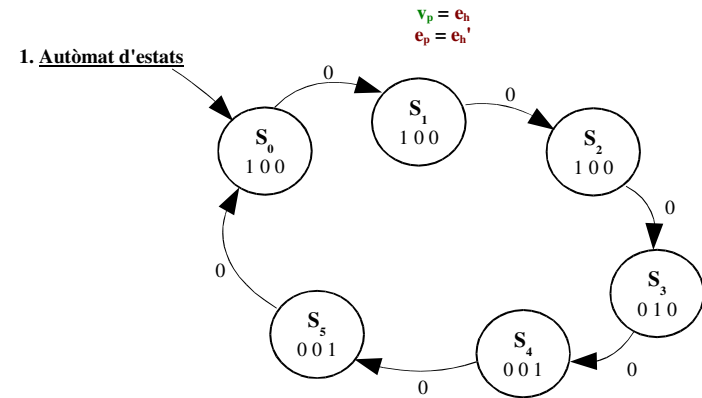
a.- Obtingueu el diagrama d'estats simplificat del sistema i la taula d'estats corresponent (1,5 Punts).

S'han escullit 3 sortides pel semàfor de vehicles, una per cada llum i dues sortides pel semàfor de peatons, una per cada llum.

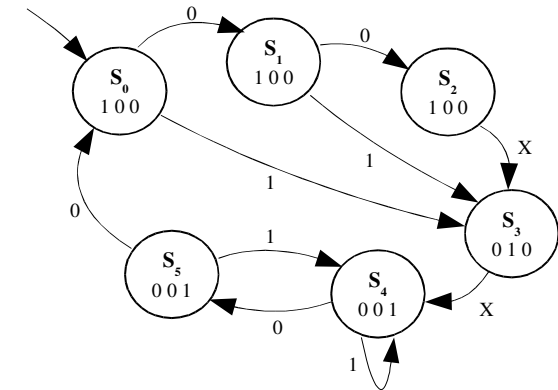
Amb la següent taula i tenint en compte que el rellotje del sistema té un període de 10 segons, és a dir, que per canviar d'estat han de passar 10 segons es pot dissenyar fàcilment l'autòmat d'estats pel cas que no es polsi el botó (polsador = 0).

Semàfor Vehicles	Sortides v_h, g_h, e_h	Semàfor Peatons	Sortides v_p, e_p	Duració	Estats
Verd	1 0 0	Vermell	0 1	3 Estats (30 segons)	S_0, S_1, S_2
Groc	0 1 0	Vermell	0 1	1 Estat (10 segons)	S_3
Vermell	0 0 1	Verd	1 0	2 Estats (20 segons)	S_4, S_5

Les sortides del semàfor de peatons no cal utilitzar-les dins el disseny del sistema, ja que es poden posar en funció de del semàfor de vehicles és a dir, les úniques sortides que s'associen als estats són les del semàfor de vehicles:



Ara només falta afegir a la màquina d'estats els casos en els quals es polsa el botó de crear els peatons:



2. Taula d'estats

Estat Actual	Polsador	Estat Següent	Semàfor Vehicles
S ₀	0	S ₁	1 0 0
	1	S ₃	
S ₁	0	S ₂	1 0 0
	1	S ₃	
S ₂	0	S ₃	1 0 0
	1	S ₃	
S ₃	0	S ₄	0 1 0
	1	S ₄	
S ₄	0	S ₅	0 0 1
	1	S ₄	
S ₅	0	S ₀	0 0 1
	1	S ₄	

3. Simplificació dels estats

No es pot simplificar cap estat ja que no hi ha cap parella de files que es pugui fusionar.

4. Càlcul del número de biestables necessaris

$$S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 \rightarrow 6 \text{ estats diferents} \Rightarrow \lceil \ln 6 / \ln 2 \rceil = \lceil 1.791759 / 0.693147 \rceil = \lceil 2.5849 \rceil = 3$$

Es necessiten **3 biestables** que anomenarem Q₂, Q₁ i Q₀ de més a menys pes respectivament.

5. Associació dels estats a biestables

Estat	Biestables Q ₂ Q ₁ Q ₀
S ₀	0 0 0
S ₁	0 0 1
S ₂	0 1 0
S ₃	0 1 1
S ₄	1 0 0
S ₅	1 0 1

6. Escollir el tipus de biestables

En el problema s'enuncia que s'han d'utilitzar **biestables de tipus D**.

7. Obtenir la taula de veritat d'excitacions i de funcions de sortida

	Q ₂ Q ₁ Q ₀ Polsador	Q ₂ ⁺ Q ₁ ⁺ Q ₀ ⁺	D ₂ D ₁ D ₀	Semàfor Vehicles
0	0 0 0 0	0 0 1	0 0 1	1 0 0
1	0 0 0 1	0 1 1	0 1 1	1 0 0
2	0 0 1 0	0 1 0	0 1 0	1 0 0
3	0 0 1 1	0 1 1	0 1 1	1 0 0
4	0 1 0 0	0 1 1	0 1 1	1 0 0
5	0 1 0 1	0 1 1	0 1 1	1 0 0
6	0 1 1 0	1 0 0	1 0 0	0 1 0
7	0 1 1 1	1 0 0	1 0 0	0 1 0
8	1 0 0 0	1 0 1	1 0 1	0 0 1
9	1 0 0 1	1 0 0	1 0 0	0 0 1
10	1 0 1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 1
11	1 0 1 1	1 0 0	1 0 0	0 0 1
12	1 1 0 0	X X X	X X X	X X X
13	1 1 0 1	X X X	X X X	X X X
14	1 1 1 0	X X X	X X X	X X X
15	1 1 1 1	X X X	X X X	X X X

8. Simplificació de les funcions d'excitació i de les funcions de sortida

No cal simplificar res ja que per implementar el sistema s'utilitzarà una ROM.

b.- Obtingueu el circuit lògic corresponent. Es poden utilitzar, juntament amb els biestables, o be portes lògiques o be una memòria ROM de la grandària que sigui necessària (**2,5 Punts**).

S'utilitzarà una ROM per implementar el sistema ja que d'aquesta forma la implementació és molt més senzilla. Per implementar-l'ho amb una ROM cal calcular-ne les dimensions (la mida dels busos):

Bus de dades:

Depen del número i tipus de biestables, per poder actualitzar l'estat següent, i del número de sortides:

- Com que s'han utilitzat 3 biestables de tipus D, només cal dedicar 3 sortides al canvi d'estat d'aquests (els biestables D només tenen una entrada).
- Com que només cal guardar les 3 sortides del semàfor de vehicles ja que les sortides del semàfor de peatons són en funció d'aquestes, només cal dedicar 3 línies del bus a aquestes sortides (verd, groc i vermell).

En total el **bus de dades** tindrà 3 + 3 = **6 línies**.

Bus d'adreces:

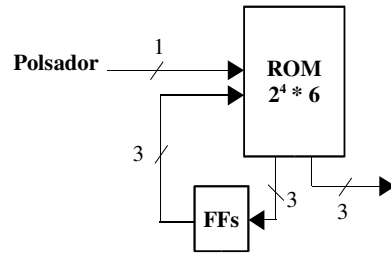
Depen del número de biestables i del número d'entrades:

- S'han utilitzat 3 biestables, per tant, s'utilitzaran 3 línies d'aquest bus que indiquen l'estat actual.
- Només hi ha una entrada, per tant, hi haurà només una línia dedicada a l'entrada.

El **bus d'adreces** serà de 3 + 1 = **4 línies**.

La memòria ROM utilitzada tindrà una capacitat de $2^4 * 6 = 2^3 * 2^1 * 6 = 2^3 * 12 = 12 \text{ Bytes} = 96 \text{ Bits}$

Esquemàtic de la memòria ROM:



Implementació del sistema:

ROM de $2^4 * 6$ Bits

D ₂	D ₁	D ₀	vh	gh	eh	@
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	2
0	1	1	1	0	0	3
0	1	1	1	0	0	4
0	1	1	1	0	0	5
1	0	0	0	1	0	6
1	0	0	0	1	0	7
1	0	1	0	0	1	8
1	0	0	0	0	1	9
0	0	0	0	0	1	10
1	0	0	0	0	1	11
X	X	X	X	X	X	12
X	X	X	X	X	X	13
X	X	X	X	X	X	14
X	X	X	X	X	X	15

